Diss. ETH Nr. 9802

MODELLSIMULATION GEKOPPELTER VORGÄNGE BEIM WÄRMEENTZUG AUS HEISSEM TIEFENGESTEIN

ABHANDLUNG
zur Erlangung des Titels
DOKTOR DER NATURWISSENSCHAFTEN
der
EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZÜRICH

vorgelegt von
THOMAS KOHL
Dipl.Geophys.
Universität Karlsruhe

geboren am 18. Juli 1960
von Jestetten (Deutschland)

Angenommen auf Antrag von:

Prof. Dr. L. Rybach, Referent
Dr. R.J. Hopkirk, Korreferent
Prof. Dr. K. Kovári, Korreferent
Prof. Dr. St. Müller, Korreferent

1992

Inhaltsverzeichnis

ZUSAMMENFASSUNG 1

ABSTRACT 3

NOTATIONEN 5

1 EINLEITUNG 9

2 HOT DRY ROCK SYSTEME 11
2.1 Allgemein 11
2.2 Standorte 13
2.3 Ungelöste Probleme 14

3 PHYSIKALISCHE VORGÄNGE IM GEKLÜFTETEN GESTEIN 16
3.1 Allgemein 16
3.2 Hydraulik 16
3.2.1 Allgemeine Druckgleichung 16
3.2.2 Grundwasser-Hydraulik 19
3.3 Wärmetransport 20
3.3.1 Allgemeine Wärmetransportgleichung 20
3.3.2 Wärmetransport im Erduntergrund 22
3.3.3 Dispersion 24
3.4 Hydraulisches Verhalten von Klüften 26
3.4.1 Fliessgesetz 27
3.4.2 Kluftöffnungsgesetz 29
3.5 Thermisches Verhalten von Klüften 33
3.6 Felsmechanische Prozesse 34
3.6.1 Thermo-Elastizität 35
3.6.2 Poro-Elastizität 36
3.6.3 Effektive Gebirgsspannung 38

4 NUMERISCHE METHODEN 39
4.1 Allgemein 39
4.2 Gleichungssystem 40
4.3 Transientes Verhalten 40
4.4 Finite Elemente Methode 41
4.5 DLEARN 42

5 FRACTure 44
5.1 HDR-Systemkopplungen 44
5.2 Allgemeine Programmbeschreibung 46
5.2.1 Anwendung 46
5.2.2 Struktur und Elementtypen 47
5.2.3 Ansatzfunktionen 51
5.2.4 Zylinderkoordinaten 52
5.2.5 Spezielle Eigenschaften der Diffusionselemente 52
5.3 Zeitalgorithmen 53
5.4 Kopplungsbeschreibung 55
5.4.1 Thermo-Hydraulik 55
5.4.2 Kluftgesetz 56
5.4.3 Elastische Matrixkopplung 56
5.4.4 Kopplungsablauf 57
5.5 Hydraulische Elemente 58
5.5.1 FE-Formulierung 59
5.5.2 Randbedingungen 60

5.6 Thermische Elemente 60
5.6.1 Advektionsgeschwindigkeiten 61
5.6.2 FE-Formulierung 62
5.6.3 Numerische Dispersion 62
5.6.4 Korrekturterme 63
5.6.5 Weitere Transportprozesse 66
5.7 Elastische Kontinuumselemente 69
5.8 Nicht-lineare Elemente 71
5.8.1 Nicht-lineare Klufthydraulik 71
5.8.2 Nicht-linearer Algorithmus 72
5.8.3 Thermisches Kluftkopplungselement 73

6 MASCHENGENERATOR FRAM 75
6.1 Aufgaben eines Maschengenerators 75
6.2 Allgemeine Eigenschaften 76
6.3 Maschengenerierung und Aufbau 78
6.4 Programmstruktur 82
6.4.1 Struktur des Hauptprogramms 82
6.4.2 Maschengenerierung durch GENMES 82

7 MODELLIERUNG 85
7.1 Einleitende Betrachtungen 85
7.2 Physikalische Mechanismen 87
7.2.1 Allgemeine Kopplungsbeschreibung 87
7.2.2 Hydraulische Prozesse 89
7.2.3 Thermische Prozesse 90
7.2.4 Elastische Prozesse 91
7.3 Diskretisierung 92
7.4 Simulationen 95
7.4.1 Überblick und graphische Darstellung 95
7.4.2 Beschreibung der Simulationen 103

8 DISKUSSION 110
8.1 Einschätzung der numerischen Resultate 110
8.2 Matrix-Advektion und Matrix-Auskühlung 111
8.3 Bedeutung der elastischen Verschiebungen 112
8.4 Sensitivitätsuntersuchungen 113
8.4.1 Matrixparameter 113
8.4.2 Rissparameter 115
8.5 Thermische Leistung 116
8.6 Vergleiche zu Feldversuchen 118
8.6.1 System-Impedanz 118
8.6.2 Noordbergum-Effekt 119
8.6.3 Abdicht-Effekt 120

9 AUSBLICK 122

LITERATUR 123

A VERIFIKATIONEN 129
1.1 Instationärer Temperaturangleich 129
1.1.1 Modellfall 129
1.1.2 Analytische Lösung 131
1.1.3 Ergebnisse 131
1.2 Strömung in einen Aquifer 132
1.2.1 Modellfall 132
1.2.2 Analytische Lösung 134

1.2.3 Ergebnisse 134
1.3 Radon-Transport mit Diffusion, Advektion, Zerfall 135
1.3.1 Modellfall 135
1.3.2 Analytische Lösung 136
1.3.3 Ergebnisse 136
1.4 Stationäres elastisches Bohrlochproblem, Kirsch-Lösung 137
1.4.1 Modellfall 137
1.4.2 Analytische Lösung 138
1.4.3 Ergebnisse 139

B MODELLIERUNG DES STIMULATIONSTESTES 88DEC13 141
2.1 Einführung 141
2.2 Bilineare Strömungstheorie 141
2.3 Verifikation der Bilinearen Theorie und *FRACTure* 143
2.4 Vergleich zum Datensatz 88DEC13 148

VORWORT

Mein herzlicher Dank geht an die Herren Prof. Dr. L. Rybach und Dr. R.J. Hopkirk für die persönliche Betreuung, Unterstützung und wertvollen Anregungen während der gesamten Dauer dieser Dissertationstätigkeit. Den Herren Prof. Dr. K. Kovari und Prof. Dr. St. Müller bin ich für ihr Interesse an dieser Arbeit sowie der Übernahme des Korreferates dankbar.

Herrn Dr. K. Evans möchte ich für die fruchtbaren Diskussionen danken, die u.a. an den lange Zeit üblichen Freitagsgesprächen zusammen mit Herrn Dr. R.J. Hopkirk stattfanden. Auch den anderen ungenannt bleibenden Kollegen am Institut, insbesondere aus der Forschungsgruppe TR sei für ihre Teilnahme an der Arbeit, ihre kritischen Fragen und ihre Hilfe bei Computerproblemen auf diesem Weg gedankt.

Dem Nationalen Energie Forschungs-Fonds (NEFF) möchte ich für die Finanzierung dieser Arbeit danken.

Besonderer Dank gilt Frau Mechthild Hotz für ihr Verständnis und ihre Unterstützung sowie unserer Tochter Julia für ihre erfolgreichen Bemühungen, dem Doktoranden einen geistigen Abstand vom Computer zu verschaffen.

Jestetten, im Mai 1992 Thomas Kohl

ZUSAMMENFASSUNG

Durch das Hot Dry Rock (HDR) Verfahren soll geothermische Energie zur Stromproduktion und Fernwärmenutzung aus geklüftetem, heissen Tiefengestein gewonnen werden. Mit dieser Arbeit wird versucht durch Computersimulationen Einsicht in die unterschiedlichen physikalischen Prozesse zu gewinnen, die das HDR Reservoir während eines Langzeitbetriebes bestimmen. Die Grundlage dafür bietet das zu diesem Zweck neu entwickelte, dreidimensionale Finite Element Programm *FRACTure*. Es lässt sich zur Modellierung gekoppelter hydraulischer, thermischer und mechanischer Prozesse einsetzen, die für erzwungene Strömung in geklüftetem Gestein relevant sind. Insbesondere werden die Auswirkungen von linear elastischen Temperatur- und Porendruckeffekten in der Matrix und von einem nicht-linearen Rissöffnungsgesetz auf die hydrothermischen Prozesse berechnet.

Die Bedeutung des Einflusses des festen Gesteins auf die Produktionsrate und den Wärmeentzug wird in einer ersten umfassenden Simulation eines einfachen HDR-Systems deutlich. Obwohl die Kopplung zwischen den drei Prozessen bislang nur in 2D implementiert ist, zeigen die Ergebnisse, welche Veränderungen in den hydraulischen Eigenschaften durch den Rissinnendruck wie auch durch thermoelastische und poroelastische Verformungen in der festen Matrix hervorgerufen werden. Im Gegensatz zu einfachen linearen Modellen, können durch diese Simulationen mehrere Effekte erklärt werden, die in den existierenden Messungen aufgetreten sind.

ABSTRACT

The Hot Dry Rock (HDR) concept is conceived for heat extraction from hot fractured rock. The study herein examines the behaviour of different physical processes by computer simulations for long term prediction of HDR reservoir performance. For this purpose the new 3-dimensional Finite Element code *FRACTure* has been developed. *FRACTure* can be used for the simulation of coupled hydro-thermo-mechanical processes that are considered to be relevant for forced fluid flow through fractured rock. Particular attention is paid to modelling the perturbations arising from linear elastic temperature and pore-pressure effects in the matrix and of a non-linear joint closure law on hydro-thermal processes.

The significance of the effect of changes in solid rock, temperature and pore pressure on production rate and on heat extraction is clarified for a HDR system of a simple geometry. Although the coupling between the three processes is satisfactory implemented only in 2D, the results show the order of magnitude of the changes in the hydraulic properties that are caused by changes in hydraulic pressure in the fracture as well as by thermo- and poro-elastic strain in the solid matrix. In contrast to simple hydraulic models these simulations can explain several effects that are evident in the existing datasets from HDR sites.

NOTATIONEN

Die Bedeutung der Variablen wird im Text jeweils beim ersten Erscheinen gesondert erläuert. Weiter wurde folgende Vereinbarung getroffen: Vektoren sind durch fettgedruckte Kleinbuchstaben und Tensoren durch fettgedruckte Großbuchstaben geschrieben. Es gelten folgende Notationen

Indizes

f	fluid (i.A. Wasser)
s	solid (i.A. Gesteinsmatrix)
0	ungestörte Anfangsbedingung
i,j,k,l	Laufvariablen
n	Zeitschrittnummer
inj	Injektion
ext	Extraktion

Lateinische Variablen

a_h	[m]	hydraulische Kluftöffnung
a_m	[m]	mittlere Kluftöffnung
a_{ijkl}	[m]	Dispersivitätskomponenten
$\mathbf{A}$	[m]	Dispersivitätstensor
A	[m^2]	Fläche
c	[J/kg K]	spezifische Wärmekapazität
$\mathbf{c}_{ijkl}$	[Pa]	Steifigkeitsmatrix 4.Ordnung
C		Konzentration
$\mathbf{C}$	[J/m K]	Advektionsmatrix (Thermik)
Cr		Courantzahl
$\mathbf{d}$		Primärvariablen-Vektor
	[Pa]	Hydraulik
	[T]	Thermik
	[m]	Elastizität
$\tilde{\mathbf{d}}$		Vorhersagewert von $\mathbf{d}$
$\mathbf{D}_f$	[m^2/s]	Diffusivitätstensor
$\mathbf{D}_m$	[m^2/s]	Dispersionstensor
$\mathbf{D}_s$	[Pa]	reduzierte Steifigkeitsmatrix
E	[Pa]	Elastizitätsmodul
$\mathbf{f}$		allg. Quellterm

g	[m/s^2]	Schwerebeschleunigung
h_P	[m/Pa s]	Druckübergangskoeffizient
h_T	[W/m^{2}K]	Wärmeübergangskoeffizient
h_g	[m]	hydraulischer Druck in Grundwasserberechnung
I	[Bq]	Radonkonzentration
$\mathbf{j}$	[W/m^2]	Wärmestromdichte
JCS	[Pa]	Druckfestigkeit der Kluftwand
JRC		Rauhigkeitskoeffizient (Barton)
k	[m^2]	Permeabilität
K	[m^2/Pa s]	hydraulische Leitfähigkeit
K_g	[m/s]	hydraulische Leitfähigkeit in Grundwasser-Hydraulik
K_{st}	[Pa/m]	normale Kluftsteifigkeit
$\mathbf{K}$	[m^3/Pa s] [W/K]	Leitfähigkeitsmatrix Hydraulik Thermik
L	[m]	Länge
$\mathbf{M}$	[m^3/Pa s] [W/K]	Kapazitätsmatrix Hydraulik Thermik
p	[W]	Leistung
P	[Pa]	Druck
Pe		Pecletzahl
Pr		Prandtlzahl
$\mathbf{q}$	[m/s]	Darcy-Geschwindigkeit
Q	[m^3/s]	Fließrate
r	[m]	Abstand
R		relative Rauhigkeit (Louis)
R_S	[Pa s/m^3]	System-Impedanz
Re		Reynoldszahl
S	[Pa^{-1}]	spezifischer Speicherkoeffizient
S_g	[m^{-1}]	spezifischer Speicherkoffizient in Grundwasser-Hydraulik
S_n	[Pa]	Normalspannung
S^P_n	[Pa]	Poro-elastische Volumenspannung
S^T_n	[Pa]	Thermo-elastische Volumenspannung
t	[s]	Zeit
T	[K]	Temperatur
u	[m]	Verschiebung

$\mathbf{v}$		zeitl. Ableitung d. Primärvariable
	[Pa/s]	Hydraulik
	[K/s]	Thermik
	[m/s]	Elastizität
$\mathbf{v}_f$	[m/s]	Partikel-Geschwindigkeit
V	[m^3]	Volumen
x	[m]	x-Komponente
y	[m]	y-Komponente
z	[m]	z-Komponente

Griechische Variablen

α_a		Konstante bei log. Kluftöffnungsgesetz
α_b		Konstante bei log. Kluftöffnungsgesetz
$\hat{\alpha}$		Integrationsparameter
α	[Pa^{-1}]	Kompressibilität
α_{is}	[Pa^{-1}]	innere Kompress. d. soliden Phase
α_B		Biot Koeffizient
β	[K^{-1}]	linearer Volumenexpansionskoeff.
γ		Integrationsparameter
Γ	[m]	Berandung
δ	[m]	Kluftverformung
Δ		Differenz
ε		Verformung ("strain")
λ	[W/m K]	thermische Wärmeleitfähigkeit
μ	[Pa s]	dynamische Viskosität
∇	[m^{-1}]	Gradient vor skalarer Größe Divergenz vor Vektorgröße
ν		Poisson-Verhältnis
ρ	[kg/m^3]	Dichte
ω		Versuchsfunktion
Ω	[m^2],[m^3]	Gebiet
ϕ_r		resid. Reibungswinkel (Barton)
Φ		Porosität
Φ_a		Verhältnis von a_h zu a_m
σ_n	[Pa]	effektiver Druck
T	[m^3/Pa s]	Transmissivität
$\vec{\psi}$	[m^{-2}]	Teilchenstromdichte

1 EINLEITUNG

Im Rahmen eines NEFF- (Nationaler Energie Forschungs Fonds) Projektes begann vor vier Jahren ein schweizerisches Untersuchungsprogramm zur theoretischen Beschreibung eines Hot Dry Rock (HDR) Systems. Bislang exisieren weltweit erst wenige HDR-Versuchsanlagen. Umweltaspekte und knapper werdender Energieresourcen bewirken in Zukunft, dass die geothermische Energiegewinnung und damit auch das HDR-Verfahren eine immer grössere Bedeutung erhält.

Da die vielfältigen Messdaten aus den existierenden Feldversuchen nicht einfach interpretiert werden können, trägt insbesondere die Modellierung zum Verständnis der physikalischen Interaktionen und der Rissstrukturen im Untergrund bei. Den konzeptuellen Ansätzen der einzelnen Simulationsprogramme stehen unterschiedliche Betrachtungen über die Vorgänge zugrunde, die durch eine erzwungene Strömung von kaltem Wasser in heissem, geklüfteten Gestein verursacht werden .

Einfache analytische, eindimensionale Abschätzungen der relevanten Parameter wurden für die im Rahmen von Wirtschaftlichkeitsstudien erstellten Berechnungen gemacht (Smolka & Kappelmeyer, 1988). Eine grosse Zahl von Modellierprojekten versuchten das HDR-Reservoir Verhalten mit weiterentwickelten Computerprogrammen zu erklären, die urprünglich zur Simulation von Aspekten der nuklearen Endlagerung im Kristallin erstellt wurden. Diese Arbeiten beruhen auf der gemeinsamen Annahme, dass die Klüfte stochastisch verteilt sind (Hopkirk et al. 1985, Bruel et al. 1990). Die hierin enthaltenen physikalischen Interaktionen beschreiben eine hydraulische, thermische und z.T. bereits (Bruel et al. 1990) felsmechanische System-Kopplung. Diese Programme beinhalten eine volle hydraulische Berechnung, jedoch nur vereinfachende Annahmen über den Einfluss des thermischen und elastischen Feldes. Eine andere rein hydraulische Arbeit stellt das Programm NAPSAC (Stratford et al., 1990) dar. Es berechnet variable hydraulische Kluftöffnungen für ein stochastisch verteiltes Kluftnetzwerk, wobei es darin speziell die lokalen Bohrlochdaten integrieren kann.

Ein wichtiger Ansatzpunkt für die Simulation eines HDR Systems wurde in der Erstellung des Programmes FRIP (Fluid Rock Interaction Program) realisiert (Cundall, 1983). Dieses basiert auf dem UDEC-Code (Universal Distinct Element Code - eine finite Differenzen Technik), welches ebenfalls durch Cundall (1980) erstellt wurde. Es erlaubt eine deterministische hydro-mechanische Modellierung der Untergrundstruktur, wobei auch die Generierung neuer Risse durch hydauli-

sches Spalten simuliert werden kann. Es besitzt aber keine Option zur Behandlung thermischer Probleme. Ohne die wegweisende Bedeutung dieses Programmes schmälern zu wollen, muss dennoch der prinzipielle Nachteil des darin enthaltenen expliziten Zeitalgorithmus erwähnt werden, der nur sehr kleine Zeitschritte zulässt.

Diese Bedingungen schildern in groben Zügen den Stand der HDR-Modellierung sowie die Voraussetzungen, unter denen diese Arbeit begonnen wurde. Durch die Entwicklung von *FRACTure* (Flow, Rock And Coupled Temperature effects) werden unseres Wissens erstmals die für eine HDR Simulation relevanten hydraulischen, thermischen und mechanischen Vorgänge voll berechnet und in einem Code integriert. Dieses deterministische Programm erlaubt eine Evaluation der unterschiedlichen Kopplungsmechanismen, die unter diesen Vorgängen aktiv sind. Damit wird ein wichtiger nötiger Zwischenschritt auf dem Weg zum Verständnis und zur Simulation von Felddaten gemacht.

Dieses Programm bildet den Kernpunkt der hier vorliegenden Arbeit. Dazu werden in den folgenden einführenden Kapiteln zunächst das HDR-Konzept vorgestellt (Kapitel 2), dann die darin relevanten physikalischen Mechanismen besprochen (Kapitel 3) sowie ein Überblick über numerische Verfahren gegeben (Kapitel 4). Das Kapitel 5 beschreibt ausführlich das Programm *FRACTure* mit seinen Merkmalen und dem darin integrierten Kopplungsverhalten. Der dazugehörige Maschengenerator *FRAM* wird im darauf folgenden Kapitel beschrieben. In einer ersten umfassenden Anwendung des Codes wird in Kapitel 7 ein einfaches HDR-Systems modelliert. Die Ergebnisse sowie Schlussfolgerungen aus dieser Modellierung werden im Kapitel 8 diskutiert. Zum Schluss wird ein Ausblick für die zukünftige Entwicklung dieser Arbeit gegeben. Die zwei Kapitel im Anhang zeigen Verifikationen von *FRACTure* anhand mehrerer, analytisch berechenbarer Problemfälle. Ausserdem wird der Vergleich eines *FRACTure*-Modells zu vorliegenden Felddaten aus dem HDR-Versuchsfeld Soultz (F) gezogen.

2 HOT DRY ROCK SYSTEME

2.1 Allgemein

Die Nutzung geothermischer Energie zur Stromerzeugung beschränkt sich bis jetzt vor allem auf Systeme mit natürlichem Dampfvorkommen. Da deren Anzahl jedoch auf wenige Gebiete weltweit beschränkt ist (Island, USA - The Geysers, Italien -Lardarello, um nur einige zu nennen), ist der Gedanke aufgekommen, die häufiger vorkommenden Gebiete mit hohen Temperaturen (*>200˚C*) in *4-6 km* Tiefe künstlich anzuzapfen. Der Wärmeträger (dieser wird i.a. Wasser sein und in dieser Arbeit als "Fluid" bezeichnet) wird dem unterirdischen, heissen Gestein zugeführt, wobei die darin vorhandenen Kluftsysteme als Wärmetauscher dienen. Das Fluid wird dann durch den hydraulischen Überdruck in der Injektionsbohrung an die Oberfläche zurückgeholt.

Für die Realisation kommen Systeme mit mehreren Bohrlöchern in Betracht. Das kalte Wasser wird mit hydraulischem Überdruck innerhalb eines abgepackerten Segments des Injektions-Bohrloches eingepresst. An einer anderen Stelle des unterirdischen Fliesssystems kann das mittlerweile auf die Gesteinstemperatur erhitzte Wasser durch eine Förderbohrung an die Oberfläche zurückgeführt werden. Man kann sich dabei auch geschlossene Systeme vorstellen, wobei das erhitzte Fluid über mehrere Stufen an der Oberfläche abgekühlt wird und wieder in die Injektionsbohrung eingepumpt werden kann. Fig.2-1 zeigt das Schema eines HDR-Systems.

Es kann davon ausgegangen werden, dass die natürlichen Kluftsysteme keine ausreichende Fliessmöglichkeit für das Fluid anbieten. Durch "Massive Hydraulische Injektionen" in ein existierendes Risssystem lässt sich dieses stimulieren, wodurch eine Erhöhung der Fliessleistung bewirkt werden kann. Diese Methode sieht das Einpumpen von Wasser in ein abgepackertes Bohrlochsegment vor, wobei der hydraulische Druck so hoch ist, dass die Zugfestigkeit des Gesteins unter den Bedingungen des primären Spannungszustands überschritten wird. Auch nach Inbetriebnahme des HDR-Systems lässt sich dieses Verfahren weiterhin anwenden, wodurch immer neue unterirdische Reservoire erschlossen werden und die Lebensdauer eines HDR-Systems verlängert wird. Die hydraulische Charakteristik des geklüfteten Systems wird oftmals bereits in der Erkundungsphase einer Lokation durch ein hydraulisches Spalten (hydraulic

Fig.2-1 Darstellung eines HDR Systems (aus Géothermie Actualité, 1-1988)

fracturing) des Gesteins verändert, wobei natürliche Kluftsysteme angezapft werden können. Diese hydro-frac Methode lässt sich zur Ermittlung der Spannungszustände im Untergrund einsetzen.

Das Fluid kann so durch natürliche Klüfte oder durch künstliche Risse transportiert werden. In dieser Arbeit wird der Fliessweg allgemein als "Riss" beschrieben.

Murphy (1988) nennt verschiedene Bedingungen für ein wirtschaftlich interessantes HDR System mit einer thermischen Leistung von etwa *35 MW* (entsprechend etwa *5 MW* elektrisch):

- Wärmeaustauschfläche etwa *1.7 km*^{2}
- maximale jährliche Temperaturabnahme *20%* über 10 Jahre hinweg
- maximale Pumpleistung *15%* des produzierten Stroms
- Durchflussmenge etwa *45 l/s*
- Fliesswiderstand *0.2 GPa s/m*^{3}

Da diese Angaben auf überschlagsmässigen, analytischen Berechnungen beruhen, können sie je nach Autor variieren.

2.2 Standorte

Die bedeutendsten HDR-Versuchsfelder liegen in Fenton Hill (USA), Rosemanowes Quarry (GB) und Hijiori (Japan). Weitere kleinere Systeme in geringeren Tiefen befinden sich in Le Mayet (F), Falkenberg (D) und Fjällbacka (S). Evaluationen unter den drei Lokationen Soultz (F), Rosemanowes Quarry (GB) und Urach (D) sollen Mitte der 90er Jahre zu der Inbetriebnahme einer gemeinsamen europäischen HDR-Anlage führen. Eine ausführliche Beschreibung der existierenden Anlagen und der dort durchgeführten Tests ist in Evans et al.(1992) zu finden. Im folgenden werden lediglich die drei grösseren HDR-Versuchsfelder Fenton Hill, Rosemanowes Quarry und Hijiori kurz erläutert. Es bleibt jedoch anzumerken, dass auch die kleineren, flacheren Systeme beträchtlich zum jetzigen Verständnis des Reservoir-Verhaltens beigetragen haben, u.a. deshalb, weil sie durch Bohrungen leichter zugänglich sind.

Das älteste HDR Projekt wurde 1970 in Fenton Hill (USA) begonnen. Als Standort wurde eine Caldera gewählt, in der die Temperaturgradienten mit *60˚C/km* sehr hoch sind. Das Reservoir einer ersten Projektphase befand sich in etwa *3000 m* Tiefe. In diesem Reservoir fanden erfolgreiche Zirkulationen statt. In einer zweiten Phase wurde ein Reservoir in 4 km Tiefe geschaffen. Nach einem mehrjährigem Zeitraum geringerer Aktivität, befindet sich dieses tiefere Reservoir jetzt in der Erprobungsphase.

Das bisher erfolgreichste Projekt Rosemanowes Quarry befindet sich in Cornwall (GB) auf einem granitischen Pluton. Das Reservoir liegt in etwa *2.5 km* Tiefe. Durch Aufzeichnen der Mikro-Seismizität konnte nachgewiesen werden, dass das durch eine massive Stimulation verursachte Wachstum des Reservoirs nach unten gerichtet ist. Diese Stimulation brachte keine ausreichende hydraulische Verbindung zwischen den zwei existierenden Bohrlöchern zustande. Zwischen einem dieser beiden und einer dritten, neu abgeteuften Bohrung findet seit 1985 eine Zirkulation statt. Die Ausflusstemperatur ist in den ersten drei Jahren von *80˚C* auf *50˚C* abgesunken.

Das japanische Projekt Hijiori liegt ebenfalls in einer Caldera. In einer ersten Phase wurde versucht, ein *250˚C* heisses Reservoir in etwa *2000 m* Tiefe anzuzapfen. Da aufgrund des Spannungsfeldes die zwei Bohrungen nicht optimal

zueinander lagen, musste eine weitere Bohrung abgeteuft werden. Eine hydraulische Verbindung zwischen dem dritten und einer ursprünglichen Bohrung befindet sich noch in der Erprobungsphase.

2.3 Ungelöste Probleme

Die Störungen des natürlichen Spannungsfeldes im Bereich des HDR-Reservoirs sind in der Anfangsphase grösstenteils auf Änderungen des Wasserdruckes zurückzuführen, welche eine Änderung der effektiven Normalspannung verursachen. Durch diese Spannungsänderungen werden Risse generiert, die in senkrechter Richtung zur minimalen Hauptspannung liegen. Um das zu erwartenden Reservoirwachstum abschätzen zu können, ist die Bestimmung des primären Spannungszustands das wohl grösste Problem in der Erprobung eines HDR-Standortes. Die bisherigen gängigsten Methoden zur Bestimmung der Hauptspannungsrichtungen und der Beträge sind:

- Bohrloch-Ausbrüche: um das Bohrloch herum entstehen grosse Spannungsumlagerungen (s. Kapitel A1.4), wobei häufig die Festigkeit des Gesteins in Richtung der maximalen Horizontalspannung überschritten wird.
- hydraulisches Testen existierender Klüfte: durch Beobachtung des Einschliessdruckes in mehreren, unterschiedlich orientierten Klüften, lassen sich alle 6 Komponenten des Spannungsfeldes bestimmen. (Cornet & Vallette, 1984)
- Hydrofracture Methode: durch einen hohen hydraulischen Druck wird in einem Bohrlochinterval die Zugfestigkeit des Gesteins überschritten, es entstehen Risse senkrecht zur Richtung der minimalen Hauptspannung. Durch Messung des Einschliessdruckes lässt sich die Grösse der minimalen Hauptspannung ermitteln.
- Mikroseismizität: die sich ausbreitenden Risse verursachen Scherungen im Gestein, die sich durch eine seismische Aktivität ausdrücken. Die Bestimmung der Herdmechanismen kann zur Interpretation des Spannungszustands im Untergrund herangezogen werden.
- Deformationsmessung von gekernten Proben: die im Gebirge unter Spannung stehenden Gesteine deformieren sich, sobald sie von der Auflast befreit sind.

Viele Bohrloch-Technologien sind von der Erdölindustrie für andere Tiefen- und Temperaturbereiche entwickelt worden. So sind der technische Stand und ihre theoretische Grundlagen der oben genannten Methoden (ausser den beiden letztgenannten) für die erforderlichen Tiefen und Temperaturen eines HDR-Systems nicht ausreichend. Daher werden momentan grosse Anstrengungen unternommen, existierende Techniken zu verbessern (z.B. Aluminium-Packer zum Abdichten von Bohrlochsegmenten bei hohen Temperaturen).

Ein anderes Problem stellt der Aufbau des unterirdischen Fliessweges dar. Einerseits ist man bemüht, hydraulischen Kurzschlüsse zu verhindern, die zwar eine hohe Durchflussrate aber auch eine sehr schnelle Auskühlung des Fliess-weges bewirken, andererseits will man einen niedrigen Fliesswiderstand, um die Pumpleistung so klein wie möglich zu halten. Eine hohe Pumpleistung würde zur Generierung neuer Risse und damit zu einer Destabilisierung des Reservoirs führen. Ausserdem wird dann ein HDR-System wegen eines zu hohen Strom-bedarfs unwirtschaftlich.

Ein weiterer Problempunkt ist die Minimierung der Wasserverluste. Man ist bestrebt, die Differenz zwischen der Einfliess- und der Fördermenge auf 10% der Einfliessmenge zu halten.

Wie bei allen neuen Technologien ist es auch für das HDR-Verfahren noch schwierig, Aussagen über das Langzeitverhalten zu machen. Von dieser Unsi-cherheit sind insbesondere Wirtschaftlichkeitsstudien betroffen, von denen letzt-lich der Erfolg oder Nicht-Erfolg des HDR-Verfahrens abhängt. Die einzige Erfahrung über das Langzeitverhalten dieser Anlagen liess sich aus den Zirkulationstests in Rosemanowes Quarry gewinnen. So stellt eine Computer-Simulation bislang die einzige Möglichkeit dar, Prognosen über einen längeren Zeitraum abzugeben.

3 PHYSIKALISCHE VORGÄNGE IM GEKLÜFTETEN GESTEIN

3.1 Allgemein

Die Betrachtungen, die für das physikalische Verhalten im Erduntergrund angestellt werden müssen, sind viel weitreichender als diejenigen für homogene physikalische Systeme. Der Hauptgrund ist die Existenz von den hier vorherrschenden zwei Phasen: die feste (solide) Phase der Gesteinsmatrix und die flüssige (fluide) Phase des Poren- und Kluftwassers. Auch können in der Regel keine mikroskopischen Betrachtungen angestellt werden, denn es fehlt dabei sowohl das Wissen über die Beschaffenheit eines mikroskopischen Raumes als auch die Fähigkeit der heutigen Computergeneration mit diesen immensen Informationen umzugehen. Daher wird allgemein versucht, die relativ einfach durchführbaren, makroskopischen Beobachtungen zu interpretieren. Man nimmt dabei an, dass die mikroskopischen Vorgänge soweit integriert worden sind, dass ein einheitliches, repräsentatives Elementarvolumen (REV) erreicht wurde. Die Grösse dieses Elementarvolumens hängt von der Beschaffenheit des Untergrundes ab. Es liegt für Böden und Sedimente im *cm* bis *m* Bereich, kann aber für geklüftetes Gestein ein Vielfaches davon betragen. Mit dieser Betrachtungsweise erhält man gemittelte Materialparameter. Auch tritt dadurch erst ein Effekt wie die Dispersion auf.

Die Besprechung des physikalischen Verhaltens von geklüftetem Gestein basiert auf einem Untergrundmodell, das aus den zwei Einheiten Gesteinsmatrix und Klüfte besteht. In diesem Kapitel wird zuerst ausführlich das hydro-thermische Verhalten in der als poröses Medium angenommenen Gesteinsmatrix besprochen. Darauf aufbauend werden dann Betrachtungen über die Kluftsysteme angestellt, die für das Verhalten des gesamten Systems viel wichtiger sind. Die Beschreibung dieser Vorgänge führt dann automatisch weiter zu den Interaktionen in der elastischen Matrix.

3.2 Hydraulik

3.2.1 Allgemeine Druckgleichung

Die allgemeine Massenerhaltungsgleichung beschreibt die Änderung der Masse in einem Kontrollvolumen. Die Masse, die sich in einem betrachteten Zeitraum

ansammelt, entspricht der Differenz von Einstömung zu Ausströmung. Dieser Zusammenhang wird für ein poröses Medium üblicherweise folgendermassen beschrieben:

$$\frac{\partial(\Phi \cdot \rho)}{\partial t} = -\nabla(\rho \cdot \mathbf{v}) \qquad (3.1)$$

mit: ρ Dichte
Φ Porosität
$\mathbf{v}$ Strömungsgeschwindigkeit

Die linke Seite dieser Gleichung beschreibt die innere Massenänderung in einem Gebiet, welches in unseren Anwendungen aus einem wassergesättigten, porösen Medium besteht. Bear (1979) führt mit Hilfe der Kompressibilitäten des festen und des fluiden Anteils eine Umformung von einer Massenänderung zu einer Druckänderung durch.

$$\frac{\partial(\Phi \cdot \rho)}{\partial t} = \rho \cdot [\Phi \cdot \alpha_f + \alpha_s] \frac{\partial P}{\partial t} = \rho \cdot S \frac{\partial P}{\partial t} \qquad (3.2)$$

mit: α_f Kompressibilität des Fluids
α_s Kompressibilität des soliden Anteils
S spezifischer Speicherkoeffizient
P Druck

Diese Gleichung gibt bereits die Definition des spezifischen Speicherkoeffizienten für ein poröses Medium wider. Er besitzt, wie die Kompressibilität, die Dimension *[Pa^{-1}]*. Anhand der Tabelle 3.1 kann für ausgesuchte Materialien der spezifische Speicherkoeffizient berechnet werden. Kümpel (1991) gibt eine unterschiedliche Definition des spezifischen Speicherkoeffizienten aufgrund poro-elastischer Betrachtungen, die für Materialien mit einer geringen Porosität eine Rolle spielen (s.Kapitel 3.6.2):

$$S = \alpha_s - \alpha_{is} + \Phi \cdot (\alpha_f - \alpha_s) \qquad (3.3)$$

mit: α_{is} innere Kompressibilität des festen Anteils
(=Kompressibilität des Mineralanteils)

Die Massenströmung wird bei sublaminaren Vorgängen von der Darcy-Gleichung beschrieben. Diese stellt einen linearen Zusammenhang zwischen einem Druckunterschied und einer mittleren (Darcy-) Geschwindigkeit her. Der Proportionalitätskoeffizient, der mit dem Begriff "hydraulische Leitfähigkeit" umschrieben wird, setzt sich aus jeweils einer Materialkonstanten für den festen und den fluiden Anteil zusammen:

$$K = \frac{k}{\mu} \tag{3.4}$$

mit: K hydraulischen Leitfähigkeit
k Matrix-Permeabilität
μ dynamische Viskosität des Fluids

Das antreibende Moment für die Darcy-Geschwindigkeit ist ein Druckunterschied, der sowohl von aussen aufgezwungen sein kann oder auch durch einen Wechsel des hydrostatischen Druckes verursacht werden kann. So wird die Darcy-Gleichung folgendermassen formuliert:

$$\mathbf{q} = -K(\nabla P + \rho g \nabla z) \tag{3.5}$$

mit: $\mathbf{q}$ Darcygeschwindigkeit
∇z 'z'-Richtungsvektor
g Gravitationskonstante

Die mittlere Partikelgeschwindigkeit, die sich aus dem porösen Anteil des Fluids von der Darcy-Geschwindigkeit berechnet, ergibt sich dann zu:

$$\mathbf{v}_f = \frac{\mathbf{q}}{\Phi} \tag{3.6}$$

mit: $\mathbf{v}_f$ Partikelgeschwindigkeit

Tabelle 3.1
Grössenordnung hydraulischer Materialparameter

Material	**Kompressib.**	**Permeabilität**	**Porosität**	**dynam. Viskosität**	**linearer Ausdehngsk.**
Einheit	*[Pa^{-1}]*	*[m^2]*		*[Pa s]*	*[K^{-1}]*
Wasser 50˚C	$5\cdot10^{-10}$	-	-	$6\cdot10^{-4}$	$5\cdot10^{-4}$
Wasser 100˚C	$5\cdot10^{-10}$	-	-	$3\cdot10^{-4}$	$8\cdot10^{-4}$
Granit	$3\cdot10^{-11}$	$6\cdot10^{-18}$	0.01	-	-
Sandstein	$1\cdot10^{-09}$	$1\cdot10^{-15}$	0.05	-	-

Setzt man die Gleichungen (3.2) und (3.5) in Gl.(3.1) ein, so erhält man die allgemeine Druckgleichung:

$$S\frac{\partial P}{\partial t} = \nabla[K(\nabla P + \rho g \nabla z)] \tag{3.7}$$

Ein weiterer möglicher Antrieb des hydraulischen Systems resultiert aus der Temperaturabhängigkeit der Dichte des Fluids. Nach der Boussinesq-Annahme ist der einzige durch Dichteunterschiede hervorgerufene Effekt eine vertikale Strömung. Wenn die Temperaturunterschiede nicht sehr gross sind (<10˚C), kann die Dichteabhängigkeit des Fluids in erster Näherung durch eine lineare Beziehung beschrieben werden. Somit verändert sich die allgemeine Druckgleichung zu (Turcotte & Schubert, 1982):

$$S\frac{\partial P}{\partial t} = \nabla[K(\nabla P + \rho_0 g \nabla z - \rho_0 g \nabla z \beta_f \Delta T)] \qquad (3.8)$$

mit: β_f linearer Ausdehnungskoeffizient des Fluids
ΔT Temperaturdifferenz zur ungestörten Anf.-Bedingg.
ρ_0 Dichte zur ungestörten Bedingung

3.2.2 Grundwasser-Hydraulik

In der Hydrologie hat es sich eingebürgert, einen speziellen hydraulischen Druck zu definieren, der das Äquivalent einer Wasserhöhe mit der Dimension *[m]* darstellt. Dieser setzt sich aus dem entsprechenden äusseren Druck und der hydrostatischen Wasserhöhe zusammen:

$$h_g = \frac{P}{\rho \cdot g} + z \qquad (3.9)$$

mit: h_g hydraulischer Druck ("head")

Durch die Definition einer hydraulischen Leitfähigkeit *einer* Grundwasser-Formation $K_g = k\, g\, \rho/\mu$ berechnet sich die Darcy-Geschwindigkeit (hier mit Filter-Geschwindigkeit bezeichnet) aus Gl.(3.5) stark vereinfacht:

$$\mathbf{q} = -K_g \nabla h_g \qquad (3.10)$$

mit: K_g Leitfähigkeit in der Grundwasserhydraulik

Die mittlere Partikelgeschwindigkeit, die hier Abstandsgeschwindigkeit genannt wird, kann wieder durch Gl.(3.6) bestimmt werden. Die der Druckgleichung (3.8) entsprechende Beziehung in der Grundwasserhydraulik lautet somit unter Berücksichtigung der thermischen Auftriebsströmung und einem modifizierten, spezifischen Grundwasser-Speicherkoeffizienten $S_g = \rho\, g\, S$:

$$S_g\frac{\partial h}{\partial t} = \nabla[K_g(\nabla h_g - \nabla z \beta_f \Delta T)] \qquad (3.11)$$

mit: S_g spez. Speicherkoeffizient in der Grundwasserhydraulik

3.3 Wärmetransport

3.3.1 Allgemeine Wärmetransportgleichung

Wärmeenergie kann durch Leitung, Strömung und Strahlung transportiert werden. Diese Mechanismen des Wärmetransports werden im folgenden Abschnitt näher beschrieben.

Wärmeleitung

Die Wärmeleitung überträgt Energie mittels Molekülstösse nur in der Materie selber, wobei ein örtliches Temperaturgefälle vorausgesetzt wird. In der Erdkruste ist diese in kompakten, ungeklüfteten Gestein der vorherrschende thermische Transportmechanismus. Für den durch den räumlichen Temperaturunterschied entstehenden Wärmefluss gilt folgende nach Fourier benannte Gesetzmässigkeit:

$$\mathbf{j} = -\lambda \cdot \nabla T \tag{3.12}$$

mit: $\mathbf{j}$ Wärmefluss oder Wärmestromdichte
λ Wärmeleitfähigkeit

Der Energieerhaltungssatz wird durch die Wärmeleitungsgleichung beschrieben. Sie beschreibt die zeitliche Änderung an thermischer Energie (Leistung), welche zur Störung eines im Gleichgewicht befindlichen Systems aufgebracht werden muss. Diese Leistung muss der Änderung des Wärmeflusses durch ein Kontrollvolumen entsprechen.

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla(\lambda \cdot \nabla T) \tag{3.13}$$

mit: ρ Dichte
c spezifische Wärmekapazität

Ein weiterer häufig benutzter Parameter ist die Temperaturleitfähigkeit (oder Diffusivität), die als Quotient aus Leitfähigkeit zu Kapazität definiert ist. Die Tabelle 3.2 fasst die thermischen Materialparameter für ausgewählte Stoffe zusammen.

Wärmekonvektion

Man erkennt anhand der Tabelle 3.2, dass die Leitfähigkeiten für fluide oder gasförmige Phasen sehr gering sind. Dennoch ist ihr Vermögen, thermische Energie duch Wärmekonvektion zu transportieren, sehr gross. Dieser Vorgang

wird durch Druckunterschiede verursacht, die im Kapitel 3.2 für hydraulische Vorgänge erläutert sind. Die thermische Leistung, die durch konvektive oder advektive Mechanismen erbracht wird, lässt sich folgendermassen berechnen:

$$p_{konv} = \rho c \cdot V \cdot \mathbf{v}_f \cdot \nabla T \qquad (3.14)$$

mit: p_{konv} Thermische Leistung durch Konvektion
V Volumen

Tabelle 3.2
Typische thermische Parameter

Material	**Wärme-leitfähigkeit**	**spez. Wärmekapazität**	**Dichte**	**Temperatur-leitfähigkeit**
Einheit	$W\,K^{-1}m^{-1}$	$J\,kg^{-1}K^{-1}$	$kg\,m^{-3}$	$m^2\,s^{-1}$
Kupfer	390	383	8940	1.1E-04
Granit	2.5	850	2600	1.1E-06
Wasser 50˚C	0.60	4180	988	1.5E-07
Wasser 100˚C	0.66	4216	958 *	1.6E-07
Luft	0.025	1000	1.29	1.8E-05

* bei 200˚C besitzt Wasser eine Dichte von $794\,kg\,m^{-3}$.

Wärmeübergang

Grenzen zwei ruhende Körper mit unterschiedlichen Temperaturen aneinander, so geht von dem wärmeren der beiden eine Wärmeleistung in den kälteren über. Dieser Vorgang wird mit dem Begriff "Wärmeübergang" beschrieben. Die bei dem Übergang beteiligt Wärmeleistung ist proportional zur Temperaturdifferenz der beiden Körper und der Austauschfläche:

$$p_{\text{trans}} = \quad h \cdot A \cdot (T_1 - T_2) \qquad (3.15)$$

mit: p_{trans} Thermische Leistung durch W.übergang
A Austauschfläche
h Wärmeübergangskoeffizient
T_i Temperatur eines Körpers

Der Wärmeübergangskoeffizient hat die Einheit *[W m^{-2} K^{-1}]*. Nun ist dieser Zusammenhang eine starke Vereinfachung. Nach dem Stephan-Boltzmann Gesetz ergibt sich diese Wärmeleistung als Differenz der Abstrahlungsleistung des ersten Körpers zur Rückstrahlungsleistung des zweiten Körpers:

$$p_{\text{trans}} = 4\sigma A\,(T_1^4 - T_2^4) \approx 4\sigma A\,T^3\,(T_1 - T_2) \qquad (3.16)$$

mit: σ Stephan-Boltzmann Konstante ($5.7\cdot10^{-8} W\,m^{-2}K^{-4}$)

Diese für ruhende Körper gültige Betrachtungen stellen eine untere Grenze bei Fliessvorgängen dar. Eine quantitative Erfassung des Wärmeaustausches unter Strömung ist u.a. in Carslaw & Jaeger (1959) beschrieben. Sie erfordert eine kompliziertere Beschreibung, wobei die erbrachte Wärmeleistung mit der Fliessgeschwindigkeit ansteigt.

3.3.2 Wärmetransport im Erduntergrund

Die feste wie auch die fluide Phase bildet prinzipiell ihr eigenes System. Mit Hilfe des Wärmeübergangskoeffizienten kommunizieren diese beiden Systeme miteinander. So müssen zwei unterschiedliche Gleichungen aufgestellt werden.

Für die fluide Phase gilt:

$$\underbrace{\rho_f c_f \frac{\partial T_f}{\partial t}}_{\text{zeitl. Variation}} = \underbrace{-\rho_f c_f \mathbf{v}_f \nabla T_f}_{\text{Konvektion}} + \underbrace{\nabla(\lambda_f \nabla T_f)}_{\text{W.-Leitung}} + \underbrace{h(\mathbf{v}_f)\cdot A \cdot (T_s - T_f)}_{\text{W.-Übergang}} + \underbrace{f_f}_{\text{Quellen}} \qquad (3.17)$$

und für die solide Phase:

$$\underbrace{\rho_s c_s \frac{\partial T_s}{\partial t}}_{\text{zeitl. Variation}} = \underbrace{\nabla(\lambda_s \nabla T_s)}_{\text{W.-Leitung}} + \underbrace{h(\mathbf{v}_f)\cdot A \cdot (T_f - T_s)}_{\text{W.-Übergang}} + \underbrace{f_s}_{\text{Quellen}} \qquad (3.18)$$

In den Quellgliedern sind alle weiteren möglichen Wärmequellen enthalten. Diese sind z.B. eine viskose Wärmedissipation im Fluid oder ein radioaktiver Zerfall in der Matrix.

Für eine Temperaturberechnung in einem porösen Untergrund wie auch für Risse würde es sich als grosser Vorteil erweisen, wenn die Temperatur des festen Anteils gleich der Temperatur des flüssigen Anteils gesetzt werden kann. Voraussetzung dafür ist, dass die Wärmeleistung, die beim Wärmeübergang von der fluiden zur soliden Phase erbracht wird, hinreichend gross ist. Eine Berechtigung dieser Aussage lässt sich allgemein für geklüftetes Gestein aus der Tatsache ableiten, dass die aktive Austauschfläche bei den rauhen Oberflächen sehr viel

grösser ist als bei polierten Flächen. Sauty (1981) untersucht mehrere Literaturarbeiten, die diese Problematik behandeln. Er zitiert Betrachtungen von Houpert (1965) und von Carslaw & Jaeger (1959), die für gesteinstypische Temperaturleitfähigkeiten einen fast augenblicklichen Angleich kleiner Partikel (< *1 cm*) an die Umgebungstemperatur des einbettenden Fluids feststellen. Erst bei grösseren, kompakten Gesteinsbrocken wird ein zeitlich signifikanter Temperaturangleich bemerkbar (so benötigt z.B. eine Kugel mit einem Durchmesser von *10 cm* über *30 min* zu einem 90%igen Temperaturangleich).

Für das thermische Verhalten im wassergesättigten Untergrund kann man mit Houpert (1965) feststellen, dass die Wassertemperatur gleich der Gesteinstemperatur ist. Mit gemittelten Materialwerten kann dann ein einziges System beschrieben werden:

$$\overline{\rho c}\,\frac{\partial T}{\partial t} \quad = \quad -\rho_f c_f \Phi \mathbf{v}_f \nabla T \quad + \quad \nabla(\bar{\lambda}\,\nabla T) \quad + \quad \bar{f} \tag{3.19}$$

Die mit einem Querstrich versehene Parameter enthalten Werte aus beiden Phasen. Die konvektive Leistung wird nur von der fluiden Phase erbracht, da das Gestein als starres unbewegliches Skelett angenommen wird. Da der konvektive Anteil mit der Porosität gewichtet wird, schreitet die konvektive Wärmefront mit der Darcy-Geschwindigkeit voran. Die Berechnung des Mittelwertes der Wärmekapazitäten berechnet sich nach dem jeweiligen Anteil der Phase im Körper.

$$\overline{\rho c} = (1-\Phi)\rho_s c_s + \Phi \rho_f c_f \tag{3.20}$$

Für die Leitfähigkeiten ist eine entsprechende Formulierung komplizierter (vgl. Berechnung des elektrischen Widerstandes in Reihen- bzw. Serienschaltung). Allgemein wird für poröse Medien eine exponentielle Gesetzmässigkeit gewählt:

$$\bar{\lambda} = \lambda_s^{(1-\Phi)} \cdot \lambda_f^{\Phi} \tag{3.21}$$

Häufig wird in der Literatur aber auch eine Formulierung entsprechend Gl.(3.20) gefunden (Clauser, 1988), die sich aus den Volumenanteilen der jeweiligen Phase arithmetisch berechnet.

3.3.3 Dispersion

Die Dispersion ist ursprünglich auf das Gebiet des Stofftransportes beschränkt. Sauty (1981) beschreibt jedoch Messungen, die den Effekt einer thermischen Dispersion zeigen, welcher die Wirkung der Wärmeleitung sogar überschreiten kann.

Mechanische Dispersion

Hydraulische oder mechanische Dispersion tritt beim Stofftransport auf. Ihre Ursachen sind räumliche Geschwindigkeitsunterschiede der Wasserpartikel in dem REV (Bear, 1972), die von Inhomogenitäten im Gestein hervorgerufen werden. Dieser Effekt liesse sich theoretisch als dreidimensionales Diffusions-Konvektionsproblem berechnen, unter der Voraussetzung, dass man die Parameter in dem benötigten Poren-Massstab kennt. Streng genommen geht auch von der Brownschen Molekülbewegung ein Dispersionseffekt aus, jedoch ist die Grössenordnung dieser Diffusionskoeffizienten mit $10^{-10} m^2 s^{-1}$ mehrere Zehnerpotenzen geringer als diejenigen, welche aus der Wärmeleitung resultieren.

Die Grössenordnung der Dispersion wird analog zum Fickschen Gesetz beschrieben. Die hierdurch hervorgerufene Teilchenstromdichte ist proportional zu einem Dispersionskoeffizienten multipliziert mit dem Konzentrationsgradienten (Istok, 1989):

$$\vec{\psi} = \mathbf{D}_m \cdot \nabla C = a_{ijkl} \cdot \frac{v_k \cdot v_l}{\sqrt{v_k^2 + v_l^2}} \cdot \nabla C \qquad (3.22)$$

mit:
- ψ Teilchenstromdichte
- C Konzentration
- $\mathbf{D}_m$ mechanischer Dispersionstensor
- a_{ijkl} Dispersivitätskomponenten
- v_k, v_l Komponenten der Partikelgeschwindigkeit

Der Dispersivitätstensor enthält Longitudinal- und Transversalkoeffizienten mit in der Dimension *m*. Die Dimension der Dispersionskoeffizienten wird in $m^2 s^{-1}$ angegeben.

Die Messung dieser Koeffizienten ist in der Regel sehr schwierig, denn es zeigt sich, dass die Dispersivität in Labormessungen bis zu mehreren Grössenordnungen unterschätzt wird. Sie wächst normalerweise mit dem Abstand des Messpunktes vom Injektionspunkt an. Nach dem Fickschen Gesetz sollte sich der Dispersivitätswert theoretisch bei Erreichen einer gewissen Distanz (also

beim REV) auf einen Wert einpegeln. Die Schwierigkeiten, diesen Punkt für ein Gebiet verlässlich zu messen, führte die neuere Forschung unter De Marsily (1986) und Gelhar (1984) zu stochastischen Ansätzen.

Thermische Dispersion

Überträgt man diese Anwendungen auf den Bereich der Thermik, so müsste hier ebenfalls ein entsprechender Effekt auftreten. Doch sollte dieser nur abgeschwächt wahrnehmbar sein, denn es findet durch die Wärmeleitung ein starker Energieaustausch zwischen benachbarten Poren-Strömungslinien statt, der sich in einer Erhöhung der Transversalkoeffizienten zulasten der Longitudinalkoeffizienten bemerkbar machen sollte. Analog zur mechanischen Dispersion kann man die aus der thermischen Dispersion resultierende Wärmefluss wie folgt angeben:

$$\mathbf{j} \quad = \quad \mathbf{D}_t \cdot \rho c \cdot \nabla T \quad = \quad a_{ijkl} \cdot \frac{v_k \cdot v_l}{\sqrt{v_k^2 + v_l^2}} \cdot \rho c \cdot \nabla T \qquad (3.23)$$

mit: $\mathbf{D}_t$ therm. Dispersionstensor
a_{ijkl} therm. Dispersivitätskomponenten

In einer Berechnung lässt sich der thermische Dispersionstensor in eine scheinbare Wärmeleitfähigkeit integrieren.

$$\overline{\overline{\lambda_a}} = \overline{\overline{\lambda}} + \mathbf{D}_t \cdot \rho c \qquad (3.24)$$

mit: $\overline{\overline{\lambda}}_a$ scheinbarer Wärmeleitfähigkeitstensor

Sauty (1981) zitiert mehrere Versuchsreihen in Sedimentgestein, welche ein mögliches lineares Anwachsen der Dispersivitätslänge mit dem Messabstand anzeigen (der Longitudinalkoeffizient des Dispersivitätstensors entsprach etwa einem fünftel des Messabstandes). Bemerkenswert war ein Versuch mit einem Doublettensystem im Jura, welches thermische Dispersivitätslängen von *3 m* ergab und damit einen 100mal grösseren Effekt als derjenige der Wärmeleitung hervorrief; ausserdem sind die gemessenen Dispersivitätslängen durchaus mit denen der parallel dazu durchgeführten Tracertests vergleichbar. Der damit verbundene Widerspruch (die Longitudinalkoeffizienten sollten ja kleiner sein als beim Stofftransport sein) liesse sich durch eine erniedrigte Viskosität des erwärmten, injezierten Fluids erklären, was grössere Partikelgeschwindigkeiten hervorrufen würde. Dieser Erklärungsversuch wurde in dieser Arbeit aber nicht durch Berechnungen untermauert.

Leider sind unseres Wissens noch keine entsprechenden Messungen im Kristallin durchgeführt worden. Eine Berücksichtigung dieses Effektes hätte für das thermische Verhalten möglicherweise weitreichende Folgen.

3.4 Hydraulisches Verhalten von Klüften

Bei den Betrachtungen, die für die Kluftströmung angestellt wurden, versuchte man die einfache Beschreibung des hydraulischen Verhaltens in porösen Medien zu übernehmen (s.Kapitel 3.2). Die bekannten Gesetzmässigkeiten entstammen meistens aus Laborversuchen, welche die Fliessrate durch einen Spalt als Funktion des Druckgradienten messen. Für einen einfachen Versuch mit eindimensionaler, paralleler Spaltströmung, wie er in Fig.3-1 abgebildet ist, lässt sich folgender Zusammenhang mit Hilfe der Transmissivität beschreiben:

$$\begin{aligned} \frac{Q}{L} &= \mathrm{T} \cdot \nabla P \\ &= K \cdot a_h \cdot \nabla P \end{aligned} \qquad (3.25)$$

mit:
- T Transmissivität des Spaltes
- Q Fliessrate
- L Breite des Fliessweges
- K hydr. Leitfähigkeit des Spaltes
- a_h Spaltöffnung

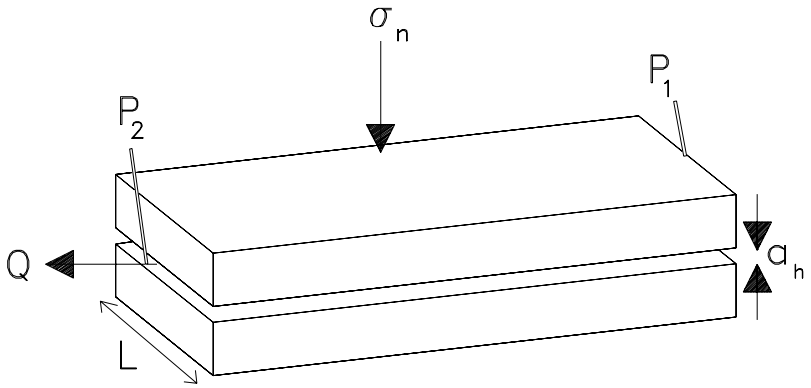


Fig.3-1 Versuchsanordnung zur Messung der Transmissivität eines Spaltes

Durch diese Messungen kann man zwei wichtige Erkenntnisse erhalten: erstens lässt sich dadurch das, auch aus der Navier-Stokes-Gleichung herleitbare (Louis, 1967), "kubische" Gesetz validieren, zweitens erhält man eine Funktion der Transmissivität von der effektiven Normalspannung (diese entspricht der Differenz von Auflast-Druck zu Innendruck). Die Ergebnisse dieses zweiten Punktes werden in Abschnitt 3.4.2 besprochen.

3.4.1 Fliessgesetz

Das kubische Fliessgesetz wurde ursprünglich für eine laminare, parallele Spaltströmung zwischen zwei *glatten, ebenen* Platten hergeleitet. Es zeigt unter diesen Bedingungen folgende Beziehung zwischen der Transmissivität und der Spaltöffnung:

$$T = \frac{a_m^3}{12\mu} \qquad (3.26)$$

mit: a_m wahre, mittlere Kluftöffnung

Für die in der Natur vorkommenden *unebenen* Klüfte lässt sich mit Hilfe der gemessenen Transmissivitäten aus Gl.(3.25) eine (fiktive) hydraulische Kluftöffnung für glatte, ebene Platten zurückrechnen, die bedeutend kleiner als die wahre, mittlere Kluftöffnung ist. Damit folgt für die in den Berechnungen relevantere hydraulische Leitfähigkeit:

$$K = \frac{T}{a_h} = \frac{a_h^2}{12\mu} \qquad (3.27)$$

mit: a_h hydraulische Kluftöffnung [$\neq a_m$]

Ein Strömungsverhältnis, dass dieser eindimensionalen Gesetzmässigkeit gehorcht, wird Poiseuille-Strömung genannt. Wollrath (1990) stellt aus Literaturstudien fest, dass Poiseuille Strömungsverhältnisse angenähert auch für die innerhalb von Fliesskanälen stattfindende Hauptströmung in natürlichen Klüften angenommen werden kann. Weitere experimentelle Untersuchungen basieren vor allen Dingen auf Louis (1967). Seine Tests und Literaturstudien führten zu einer grundsätzlichen Unterscheidung des laminaren wie auch turbulenten Fliessverhaltens für parallele Strömung (kann bei relativen Rauhigkeiten < 0.032 angenommen werden) und nicht parallele Strömung (ab einer relativen Rauhigkeit von 0.032). Die relative Rauhigkeit *R* ist definiert, als das Verhältnis der mittleren Höhe der Oberflächenspitzen zu der doppelten hydraulischen Kluftöffnung.

Die Grenze zwischen laminarer und turbulenter Strömung wird von der dimensionslosen Reynoldszahl beschrieben. Oberhalb eines Wertes von etwa 2300 kann man turbulente Verhältnisse annehmen. Die Reynoldszahl wird bei Spaltströmungen nach folgender Gesetzmässigkeit bestimmt:

$$Re = \frac{2a_h \cdot \mathbf{v}_f \cdot \rho_f}{\mu} \qquad (3.28)$$

mit: Re Reynoldszahl

Bei turbulenten Strömungen kann man nicht mehr dasselbe lineare Fliessgesetz aus Gl.(3.5) anwenden. Es lässt sich aber eine verallgemeinerte Gesetzmässigkeit angeben, die eine nicht-lineare Form besitzt, wobei der Grad der Nicht-Linearität von einem Exponenten θ bestimmt wird:

$$\mathbf{q} = -K \cdot (\nabla P + \rho_f g \nabla z)^{\theta} \qquad (3.29)$$

Tabelle 3.3

Zusammenstellung von Kluftströmungsgesetzen (nach Louis, 1967)

Beschreibung und Name der Strömung	**Hydraulische Leitfähigkeit *K***	**Strömungs-gesetz Exponent θ**
Parallele Strömung R < 0.032		
hydr. glatt, laminar Poiseuille	$\left[\frac{a_h^2}{12\mu}\right]$	*1*
hydr. glatt, turbulent Blasius	$\left[\frac{1}{0.079} \cdot \left(\frac{2}{\mu}\right)^{1/4} \cdot a_h^{5/4} \cdot \rho^{-3/7}\right]$	*4/7*
hydr. rauh, turbulent Nikuradse	$\left[4 \cdot \log\left(\frac{3.7}{R}\right) \cdot \sqrt{\frac{a_h}{\rho_f}}\right]$	*1/2*
Nichtparallele Strömung R > 0.032		
laminar Louis	$\left[\frac{a_h^2}{12\mu(1+8.8R^{3/2})}\right]$	*1*
turbulent Louis	$\left[4 \cdot \log\left(\frac{1.9}{R}\right) \cdot \sqrt{\frac{a_h}{\rho_f}}\right]$	*1/2*

Bei $\theta = 1$ erhält man wieder die Gleichung (3.5). Eine Zusammenstellung der unterschiedlichen laminaren und turbulenten Fliessgesetze, sowie der jeweils entsprechenden hydraulischen Leitfähigkeiten, ist in Tab.3.3 enthalten. Die Werte sind für die Druckvorgänge aus Kapitel 3.2.1 umgeschrieben worden, im Gegensatz zu Louis' Formulierung beziehen sie sich also nicht auf die Grundwasserhydraulik.

Spätere Untersuchungen belegen den Wert der Messungen von Louis. Insbesondere Schrauf (1986) zeigt, dass das kubische Gesetz bei relativen Änderungen der Kluftweite sehr gut die Änderungen für die Permeabilität (und damit für die hydraulische Leitfähigkeit) voraussagt. Leider sind noch nicht genügend Messungen im Bereich unter 30 - 50 μm durchgeführt worden, sodass eine Basis für eine Beschreibung dieser Verhältnisse noch fehlt. Es gibt jedoch Hinweise (Schrauf, 1986 und Cook, 1988), dass sehr kleine Kluftweiten einen stärkeren Einfluss auf die Fliessrate haben, als das kubische Gesetz vorhersagt.

3.4.2 Kluftöffnungsgesetz

Die überragende Bedeutung der Kluftöffnung für das Fliessverhalten in geklüftetem Gestein bringt es mit sich, dass selbst kleine Öffnungsänderungen für die Hydraulik grosse Konsequenzen haben können. Daher sind die Resultate von Messungen, die den Öffnungsmechanismus einer Kluft untersuchen, sehr wichtig. Prinzipiell kann sich eine Kluft aufgrund zweier Prozesse öffnen:

- durch eine erniedrigte effektive Normalspannung, wenn ein erhöhter Innendruck oder ein verringerter Auflastdruck vorliegt
- durch eine relative Verschiebung der beiden Kluftwände, wenn die maximale Scherfestigkeit des Gesteins überschritten ist

Zur Zeit sind Änderungen der Kluftöffnung aufgrund von Scherkräften noch nicht ausreichend verstanden. In der Folge wird gezeigt, dass sogar widersprüchliche Resultate vorliegen. Die Formulierungen der Normalöffnungen weichen im Einzelnen voneinander ab, jedoch zeigt sich eine einheitliche Betrachtung der Vorgänge.

Zum Zweck einer besseren ingenieurwissenschaftlichen Einschätzung bereits in Feldlabors, entwickelten Barton & Bandis (1985) eine stark empirisch geprägte Theorie zur Beschreibung des Kluftverhaltens, welche mittlerweile standardmässig in felsmechanischen Veröffentlichungen zitiert wird. Die Aussagen dieser Theorie basieren lediglich auf drei Parametern:

JRC (Joint Roughness Coefficient) - der Rauhigkeitskoeffizient der Kluftoberfläche variiert zwischen 0 (glatt) und 15 (sehr rauh). Dieser Wert ist jedoch nicht direkt messbar, sondern wird aus Neigungstests berechnet.

JCS (Joint wall Compression Strength) - die Druckfestigkeit der Kluftwand, der durch einen einfachen Versuch mit dem "Schmidt-Hammer" ermittelt werden kann.

ϕ_r - dem residuellen Reibungswinkel, der mittels Neigungstests ermittelt werden kann

Scheröffnungen

Die Barton-Bandis Theorie bietet praktisch auch den einzigen Anhaltspunkt für die Behandlung von Scheröffnungen, die allerdings nur für unverfüllte Klüfte anwendbar ist. Das Verhalten während einer Scherung lässt sich in drei Phasen einteilen. Währen der ersten Phase verrutschen die Oberflächenspitzen gegeneinander, ohne eine Öffnung hervorzurufen. In der zweiten Mobilisierungs-Phase wird die Höchstscherfestigkeit erreicht, die Kluft öffnet sich bereits etwas, aber es kommt zu keiner Zerstörung der Oberflächenspitzen. Die dritte Phase setzt nach Erreichen der Höchstscherfestigkeit ein, dann werden einzelne Rauhigkeiten bis zum Erreichen der residuellen Reibungswinkels ϕ_r laufend abgehobelt. Parallel dazu öffnet sich die Kluft weiter, wobei der Öffnungsbetrag von der Grösse ϕ_r abhängt. Etwas plastischer kann man sich vorstellen, dass durch die Verschiebung längs der gewellten, unebenen Kluftwände bei längeren Wellenlängen auch grössere Öffnungsbeträge verursacht werden. Die durch die Barton-Bandis Theorie vorhergesagten Scheröffnungen sind zum Teil beträchtlich, so können Verschiebungen um ein paar Millimeter bereits Öffnungen von 100µm verursachen. Diese Prognosen bestätigten sich auch bei den in derselben Arbeit publizierten hydraulischen Messdaten. Hingegen erhält Makurat et al.(1990) in ihren hydraulischen Untersuchungen der Fliessrate bei gleichzeitiger Scherung der beiden Gesteinshälften gegenteilige Ergebnisse. Durch die Scherung wird zwar die mechanische Öffnung vergrössert wie in der Theorie vorhergesagt, aber gleichzeitig verstopft das abgescherte Material der zerstörten Oberflächenspitzen den Fliessweg. Ein grosses Problem bei der Interpretation von Scheröffnungen ist ganz allgemein die Beschränkung der Gesteinsproben auf Labormassstab, alleine wegen der begrenzten maximalen Wellenlänge.

Das hydraulische Verhalten einer abgescherten Kluft wurde noch nicht in den Kopplungsablauf von *FRACTure* (Kap. 5) eingebaut. Es muss aber davon ausgegangen werden, dass dieser die Hydraulik im geklüfteten Gestein stark beinflusst.

Normalöffnungen

Die im Labor durchgeführten felsmechanischen Messungen beschreiben das Schliessen einer Kluft als Funktion eines erhöhten Auflastdruckes. Diese Versuche zeigen beim ersten Belastungsversuch ein ausgeprägtes Hysterese-Verhalten. Nach mehreren Belastungszyklen stabilisieren sich die Messdaten und auch die Hystereseform wird immer enger. Bandis et al.(1983) unterscheiden in ihren Experimenten die Kluftschliessungskurven von perfekt passenden Kluftoberflächen und die von gegeneinander versetzten Klüften. Ersterer Datensatz lässt sich durch eine hyperbolische Funktion anpassen; die in Figur 3-2 dargestellten Daten der versetzten Klüfte können durch eine logarithmische Beziehung angeglichen werden. Diese besitzt folgende Form:

$$\ln \sigma_n = \alpha_b + \alpha_a \delta \qquad (3.30)$$

mit: δ Betrag der Kluftschliessung
σ_n effekt. Normalspannung
α_b, α_a Konstanten

Bei den Rissen, die in einem HDR System angetroffen werden, kann man davon ausgehen, dass sie entweder durch hydraulisches Aufbrechen des Gesteins oder durch Scherung entstanden sind. Dadurch ist ihre ursprünglichen Lage derart gestört worden, dass sie daher eher den Fall der seitlich versetzten Klüfte repräsentieren.

Interessanterweise ist dieselbe Gesetzmässigkeit auch ein Teil des Lösungsbereiches für die von Brown & Scholz (1986) entwickelte Kontakt-Theorie zwischen zwei willkürlichen, elastischen Oberflächen. Die Oberflächen werden dabei mit Hilfe einer Wahrscheinlichkeits-Dichte Funktion beschrieben, die durch mehrere mögliche Verteilungsfunktionen angenähert werden kann. Bei einer exponentiellen Verteilungsfunktion erhält man exakt die Gl.(3.30).

Da sich bei initialer effektiver Normalspannung die Kluft nicht schliesst, gilt $\ln \sigma_{n0} = \alpha_b$, dadurch wird Gl.(3.30) zu:

Fig.3-2 Riss-Schliessungskurve nach Labormessungen von Bandis et al.(1983) für seitlich versetzte Risse

$$\ln \sigma_n \quad = \quad \ln \sigma_{n0} + \alpha_a \delta \tag{3.31}$$

mit: σ_{n0} initiale effekt. Normalspannung

Eine einmalige Differentiaition nach $d\sigma_n$ führt zu:

$$\frac{1}{\sigma_n} \quad = \quad \alpha_a \cdot \frac{d\delta}{d\sigma_n} \tag{3.32}$$

Durch Umformen lässt sich eine Beziehung entwickeln, in der die Normalsteifigkeit der Kluft enthalten ist. Diese steigt linear mit der effektiven Normalspannung an:

$$\alpha_a \cdot \sigma_n \quad = \quad K_{st} \quad = \quad \frac{d\sigma_n}{d\delta} \tag{3.33}$$

mit: K_{st} normale Kluftsteifigkeit

Daher ist das Verhältnis zwischen K_{st} und σ_n konstant. Nochmalige Differentiation nach $d\sigma_n$ ergibt somit:

$$\alpha_a \quad = \quad \frac{dK_{st}}{d\sigma_n} \tag{3.34}$$

Da für unsere Formulierung nicht die Riss-Schliessung, sondern die Riss-Öffnung benötigt wird, liefert ein Einsetzen von Gl.(3.34) in Gl.(3.30) die bereits in Evans et al.(1992) hergeleitete Beziehung:

$$\begin{aligned} a_h &= a_{h0} - \delta \\ &= a_{h0} + \left(\frac{dK_{st}}{d\sigma_n} \right)^{-1} \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{n0}}{\sigma_n} \right) \end{aligned} \qquad (3.35)$$

mit: $[dK_{st}/d\sigma_n]^{-1}$ Steifigkeits-Charakteristik der Kluft
a_{h0} hydr. Öffnung unter Anf.Bedingg.

In der Folge wird die Beziehung $[dK_{st}/d\sigma_n]^{-1}$ als Steifigkeits-Charakteristik der Kluft [mit der Dimension m^{-1}] bezeichnet.

Die Gültigkeit dieser Beziehung beschränkt sich auf eine effektive Druckspannung unterhalb *-1 MPa*. Geringere Druckspannungen (> *-1 MPa*) erlauben keinen logarithmischen Angleich mehr, denn die entsprechende Kluftweite würde dann schnell sehr hohe Werte annehmen. Selbstverständlich lassen sich dadurch auch keine Situationen mit positiven effektiven Spannungen behandeln, die ein hydraulisches Aufreissen des Gesteins zur Folge haben.

Die oben gezeigte Herleitung beinhaltet auch Konsequenzen für den spezifischen Speicherkoeffizienten. In Gl.(3.33) lässt sich sehen, dass dieser ebenfalls mit der Normalspannung ansteigt. Allerdings beeinflusst diese Grösse nur kurzzeitig den Druckaufbau und nicht den stationären Druckwert an einer bestimmten Stelle in der Kluft, so dass der spezifische Speicherkoeffizient für das Langzeitverhalten eines HDR-Systems keinen Einfluss hat.

3.5 Thermisches Verhalten von Klüften

Wegen der geringen Diffusivität von Wasser geschieht der Wärmetransport in den Klüften fast ausschliesslich durch Konvektion. Diese lässt sich prinzipiell genauso behandeln wie für poröse Medien. Eine Komplikation taucht lediglich aus der Definition der hydraulischen Kluftöffnung auf.

Vergleicht man hydraulische Modellresultate mit gemessenen Geschwindigkeiten chemischer Tracer, so ergibt sich eine Diskrepanz, die auf das Verhältnis der immobilen zu den mobilen Wasserpartikel zurückzuführen ist. In porösen Gesteinen ist der Effekt sehr gering (Sauty, 1981), daher muss er nur selten in der Parameterwahl berücksichtigt werden. In Klüften jedoch kann dieses Ver-

hältnis sogar den Wert 10 überschreiten (Tsang 1988, Stratford 1990). Es lässt sich ebenfalls durch den Quotienten der hydraulischen zur mittleren Kluftweite ausdrücken:

$$\Phi_a = \frac{a_h}{a_m} \tag{3.36}$$

mit: Φ_a Verhältnis der hydr. zur mittleren Kluftöffnung

In der thermischen Berechnung ist die arithmetische Kluftweite massgebend, da sich das Wasser mit seiner thermischen Leitfähigkeit auf das ganze Volumen verteilt. Bei Konvektionsberechnungen ist die Tatsache zu berücksichtigen, dass die Partikelgeschwindigkeit mit der viel kleineren hydraulischen Kluftweite berechnet wurde, daher muss der Konvektionsterm mit Φ_a korrigiert werden. Die Wärmetransportgleichung (3.19), die in der Kluft nur die Fluid-Parameter berücksichtigen muss, sieht demnach wie folgt aus:

$$\rho_f c_f \frac{\partial T}{\partial t} = -\rho_f c_f \Phi_a \mathbf{v}_f \nabla T + \nabla(\lambda_f \nabla T) + f_f \tag{3.37}$$

3.6 Felsmechanische Prozesse

Die in Gl.(3.35) beschriebene Gesetzmässigkeit ist in Labortests ermittelt worden. Sie beschreibt nur das Verhalten einer Probe, ohne Rücksicht auf Rückwirkungen von der Felsmatrix. Jedoch ist darin ein Parameter, die effektive Normalspannung, enthalten, der nicht nur vom hydraulischen Druck, sondern auch von Änderungen der Normalspannung auf die Kluft beeinflusst wird. Da üblicherweise in der Kontinuum-Mechanik Druckkräfte mit negativem Vorzeichen und Zugkräfte mit positivem Vorzeichen geschrieben werden, gilt folgende Definition der effektiven Normalspannung in der Kluft:

$$\sigma_n = S_n - P \tag{3.38}$$

mit: σ_n effektive Normalspannung
S_n Normalspannung auf die Kluft
P Kluftinnendruck

Da in den folgenden Betrachtungen die Zeitabhängigkeit der Mechanik keine Rolle spielt, kann die Gleichgewichtsbedingung für ein Kontrollvolumen folgendermassen geschrieben werden:

$$\sum_{j=1}^{3} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \qquad (3.39)$$

mit: σ_{ij} effektive Spannung
x_j Richtungskomponente

Sämtliche im folgenden beschriebenen Interaktionen in der Matrix sind derart formuliert worden, dass sie die Spannung (und damit auch die effektive Normalspannung auf die Kluft) beeinflussen und nicht etwa die Kluftweite (d.h. eine Verformung) direkt bestimmen. Eine vergrösserte Kluftweite kann als "Einpressen" der Kluftwand in die elastische Matrix betrachtet werden, wodurch sofort eine Rückstellkraft des elastischen Gebirges verursacht wird. Diese Kraft entspricht genau dem Druck, den die Kluftöffnung ausübt.

Zwei weitere Effekte werden von thermischen und hydraulischen Spannungen verursacht. Genauso wie zwischen dem thermischen und dem hydraulischen Verhalten in der Matrix viele Gemeinsamkeiten bestehen, so existiert in der Formulierung dieser Spannungen eine Analogie, z.B. besitzen beide in isotropen und homogenen Gestein in jeder Richtung dieselben Beträge.

3.6.1 Thermo-Elastizität

In der Folge wird von der thermischen Spannung in der elastischen Matrix als thermo-elastische Kopplung die Rede sein. Sie verursacht bei einer Auskühlung Zugkräfte und bei einer Erwärmung Druckkräfte, d.h. positive Temperaturänderungen verursachen eine negative Spannung. Für die Herleitung dieser Störung, betrachtet man zunächst nur den Fall eines Stabes, der sich nur in Längsrichtung aufgrund einer Temperaturänderung ausdehenen darf:

$$\varepsilon_{ii} = -\beta_s \cdot \Delta T \qquad (3.40)$$

mit: ε_{ii} Deformation (strain) in eine Richtung
β_s Volumen-Ausdehnungskoeff. d. festen Anteils

Der Betrag dieser Deformation ist für isotropes, homogenes Material in jeder Richtung identisch. Dadurch wird die Gesamtdeformation:

$$\sum_{i=1}^{3} \varepsilon_{ii} = -3 \cdot \beta_s \cdot \Delta T \qquad (3.41)$$

Da die Spannung durch die Gesteinsparameter mit der Deformation verbunden ist, kann man die thermische Volumenspannung in einem isotropen Material durch folgende Gesetzmässigkeit ausdrücken (Timoshenko & Goodier, 1970):

$$S_{ii}^{T} = -\frac{3}{\alpha_s} \cdot \beta_s \cdot \Delta T \qquad (3.42)$$

mit: S^{T}_{ii} thermo-elastische Spannung
α_s Kompressibilität d. Matrix
β_s Volumen-Ausdehnungskoeff. d. Matrix

Um einen einfachen Zusammenhang zu dem im Kapitel 3.2.1 definierten spezifischen Speicherkoeffizienten herstellen zu können, ist in dieser Formulierung der Parameter "Kompressibilität" dem in der Literatur weit verbreiteten "Volumen-Expansionsmodul" (engl. *Bulk-Modulus* - Kehrwert der Kompressibilität) bevorzugt worden. Die Kompressibilität wird folgendermassen durch die elastischen Materialparameter definiert:

$$\alpha_s = \frac{3(1-2\nu)}{E} \qquad (3.43)$$

mit: ν Poissonverhältnis
E Elastizitätsmodul

3.6.2 Poro-Elastizität

Mit Poro-Elastizität bezeichnet man die elastischen und hydraulischen Interaktionen, die in einem wassergesättigten, porösen Medium durch Druck- oder Spannungsänderungen hervorgerufen werden. Die theoretische Behandlung der Poro-Elastizität basiert auf Biot (1941), in seiner Theorie der Konsolidierung. Sie beschränkte sich anfangs auf die Bodenmechanik und wurde später für eine allgemeine Beschreibung der Effekte, die durch kompressible solide und fluide Phasen verursacht werden, neu formuliert. Kümpel (1991) gibt eine sehr übersichtliche Zusammenstellung der poro-elastischen Arbeiten. In der Folge wird nur eine kurze Übersicht über die Theorie gegeben, ohne auf die Unterschiede einzugehen, die durch die Randbedingungen des elastischen Systems gesetzt sind (z.B. besitzen entwässerte Proben andere Gesteinsparameter).

Der Effekt einer poro-elastischen Spannung in der Kluft ist einfach zu bestimmen und ist in Gl.(3.38) widergegeben. In porösen Medien sind die Verhältnisse komplizierter. Es wurde bis vor kurzem dieselbe Gesetzmässigkeit, bzw. eine mit einem über die Porosität gewichteten, hydraulischen Druck angenommen. Diese Betrachtungen erwiesen sich als falsch wie Nur & Byerlee (1971) in ihrer Arbeit bewiesen. In Wirklichkeit reagiert der Porendruck in erster Linie über das elastische Skelett der Matrix. Dazu müssen neben der Kompressibilität des ganzen soliden Systems auch die Kompressibilitäten der einzelnen Mineralanteile

bekannt sein. Im Prinzip erwies sich die von Terzaghi (1923) für Tongestein formulierte empirische Gesetzmässigkeit auch für die Felsmechanik als korrekt. Berücksichtigt man, dass positive Druckänderungen negative Spannungen hervorrufen, dann gilt:

$$S_{ii}^{P} = -\left(1 - \frac{\alpha_{is}}{\alpha_{s}}\right) \cdot \Delta P = -(1 - \alpha_{B}) \cdot \Delta P \qquad (3.44)$$

mit: S^{P}_{ii} poro-elastische Spannung
α_B Biot- Koeff. oder effekt. Spannungskoeff.
α_{is} Kompressibilität des Mineralanteils
α_s Kompressibilität des gesamten festen Materials

Aus dieser Gleichung lassen sich zwei Extremfälle herausgreifen. In einem porösen Medium mit sehr hohen Kompressibilitäten des gesamten soliden Anteils (z.B. Sand, Kies ...) wird der Biot-Koeffizient sehr klein und die Grösse der poro-elastischen Spannung entspricht dem hydraulischen Druck. Betrachtet man ein extrem kompaktes Mineralgestein, bei dem die Kompressibilität des Mineralanteils gleich der des gesamten Materials ist (z.B. Quarzkristalle), dann wird die poro-elastische Spannung vernachlässigbar. Daraus erkennt man, dass der Biot-Koeffizient, wie die Porosität einen minimalen Wert ’0’ und einen maximalen Wert ’1’ besitzt. Es gibt allerdings Beispiele, bei denen der Biot-Koeffizient und die Porosität extrem unterschiedliche Werte annehmen, so wurde für Westerly-Granit mit einer Porosität von 0.01 bis 0.02 ein Biot-Koeffizient von 0.45 gemessen. Leider gehört in vielen Bohrlokationen die Messung des Biot-Koeffizienten noch nicht zum Standard-Messprogramm.

Die bisherige Darstellung gibt nicht vollständig die poro-elastische Theorie wider. Denn die Spannungsänderung in der Matrix betrachtet bislang nur Auswirkungen auf die feste Phase. In Wirklichkeit wird aber auch die fluide Phase stärker oder schwächer komprimiert, dies müsste durch einen veränderten spezifischen Speicherkoeffizienten in der Hydraulik-Berechnung korrigiert werden. Da dieser Parameter nur den zeitabhängigen Druckaufbau, jedoch nicht den stationären Druckwert an einer bestimmten Stelle in der Matrix beeinflusst, wird diese Rückkopplung hier ignoriert.

3.6.3 Effektive Gebirgsspannung

Eine Spannungsänderung, die durch eine Deformation verursacht ist, wird durch ein verallgemeinertes Hooksches Gesetz beschrieben:

$$d\sigma_{ij} = c_{ijkl} \cdot d\varepsilon_{kl} \tag{3.45}$$

mit: $d\sigma_{ij}$ Spannungsänderung
c_{ijkl} Steifigkeitsmatrix
$d\varepsilon_{kl}$ Deformation

Im 2D-Fall ist *c* eine Matrix vierten Ranges. Sie enthält je nach Formulierung entweder die elastischen Konstanten *Elastizitätsmodul E* und *Poissonverhältnis* ν, oder die Laméschen Parameter λ und das *Schermodul* μ.

Da sich die Spannungen addieren lassen, berechnet man die Spannungsänderung aus Gl.(3.45), die ein Volumenelement unter Temperatur- und Druckänderungen erfährt, wie folgt:

$$d\sigma_{ij} = c_{ijkl} \cdot d\varepsilon_{kl} + S_{ii}^{P} + S_{ii}^{T} \tag{3.46}$$

Möchte man umgekehrt die Gesamtdeformation dieses Volumenelementes berechnen, so ergibt eine Umstellung von Gl.(3.46):

$$\begin{aligned} d\varepsilon_{kl} &= c_{ijkl}^{-1} \cdot (d\sigma_{ij} - S_{ii}^{P} - S_{ii}^{T}) \\ &= c_{ijkl}^{-1} \cdot d\sigma_{ij}^{*} \end{aligned} \tag{3.47}$$

mit: $d\sigma^{*}_{ij}$ effektive Spannungsänderung

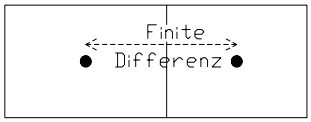
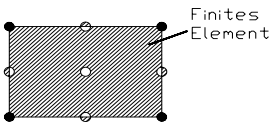
Hiermit ist die effektive Spannungsänderung in der Gesteinsmatrix definiert.

4 NUMERISCHE METHODEN

4.1 Allgemein

Für die Modellierung von physikalischen Vorgängen besitzen die numerischen Methoden gegenüber analytischen Methoden grosse prinzipielle Vorteile: so sind in der Regel die Stoffeigenschaften und Randbedingungen des zu berechnenden Materials frei wählbar. Eine analytische Lösung muss demgegenüber vielfach homogene und isotrope Materialeigenschaften annehmen. Diese sind jedoch für praktische Probleme oft ungenügend, bzw. nicht anwendbar.

Tabelle 4.1
Finite Differenzen und Finite Elemente Methode

	FD	**FE**
Allgemein:	Differentialform ⇒ direkte Übernahme einer DGL	Integralform ⇒ Umformung der DGL
	Differenz zwischen Nachbarpunkten ⇒ Gebiet durch Mittelpunkt dargestellt ⇒ Berechnung am Mittelpunkt 	Integral über ein Gebiet ⇒ Gebiet durch Eckpunkte dargestellt ⇒ Berechnung an Eckpunkten 
Bewertung	einfache Implementierung	komplizierte Implementierung
	Netzgenerierung problemlos	Netzgenerator umfangreich
	Randbedingungen erfordern spezielle Zellenstruktur	Randbedingungen einfach
	i.A. nur rechtwinklige Diskretisierung ⇒ Netzverfeinerung problematisch	Diskretisierung beliebiger Strukturen ⇒ ökonomische Netzverfeinerung
	i.A. nur lineare Differentiation	einfache Implementierung einer quadratische Integration
Verbreitung	Naturwissenschaften oft als Eigenentwicklung	Ingenieurwissenschaften als fertiges Programmpaket

Das gemeinsame jeder numerischen Methode ist die räumliche Diskretisierung eines Gebietes in Teilbereiche mit gleichen Materialeigenschaften. Die numerischen Methoden schliessen die Simulation von stationärem oder instationärem (transientem) Verhalten ein. Auch nicht-lineare konstitutive Gesetze können modelliert werden.

Die in den Natur- und Ingenieurwissenschaften üblichsten numerischen Methoden sind die Finite Elemente (FE) Methode, die Methode der Finiten Differenzen (FD) und die Randelement-Methode. Eine grobe Gegenüberstellung dieser beiden Methoden ist in Tab.4.1 widergegeben. Der Schwerpunkt in dieser Beschreibung der Numerik wird auf die in *FRACTure* implementierte FE Methode gelegt.

4.2 Gleichungssystem

Bei einem stationären Problem wird ein Gleichungssystem aufgebaut, das aus einer Matrix **K** mit Geometrie und Materialinformationen, einem Vektor mit den unbekannten Werten **d** und dem Lösungsvektor **f** mit Randbedingungs- und Quellinformationen, besteht:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{d} = \mathbf{f} \tag{4.1}$$

Die Matrixinversion ergibt die gesuchte Lösung:

$$\mathbf{d} = \mathbf{f} \cdot \mathbf{K}^{-1} \tag{4.2}$$

Hieraus sind bereits zwei Aufgaben eines numerischen Codes ersichtlich, das Aufstellen von Matrix und Lösungsvektor sowie die Lösung des Gleichungssystems nach einem üblichen Standardverfahren. Diese beiden Aufgaben müssen bei stationären Problemen nur einmal durchgeführt werden.

4.3 Transientes Verhalten

Die numerische Modellierung eines instationären Problems ist komplizierter als die eines stationären Problems, da nicht nur eine Diskretisierung im Raum, sondern auch in der Zeit vorgenommen werden muss. Man unterscheidet hier zwischen expliziten und impliziten Verfahren. Ein explizites Verfahren stützt sich für die Berechnung des aktuellen Wertes nur auf die Ergebnisse aus dem letzten Zeitschritt. Ein implizites Verfahren zieht auch die Wirkung des aktuellen Zeitschrittes in Betracht. Man bekommt dadurch im Gegensatz zur expliziten

Methode eine grössere Freiheit in der Wahl der Zeitschrittlänge. Dieser ist für explizite Verfahren stark limitiert. In der Literatur wird allgemein ein implizit/explizit Mittel (als Crank-Nicholson für das Verhältnis *0.5:0.5* bezeichnet) bevorzugt.

Bei transienter Berechnung enthält das Gleichungssystem nicht nur weitere Terme mit Informationen über die zeitabhängigen Parameter, sondern muss unter bestimmten Bedingungen (s.Kapitel 5.3) für jeden Zeitschritt neu aufgebaut und gelöst werden. Eine Ausnahme bildet eine rein explizite Berechnung. Diese lässt sich ohne einen Lösungsalgorithmus durchführen, denn die Matrix **K** besteht hier nur aus Diagonaleinträgen, welche problemlos zu "invertieren" sind.

4.4 Finite Elemente Methode

Die Finite Element Methode besitzt den Vorteil einer flexibleren Gittergestaltung und damit einer höhere Effizienz. Allerdings ist ihre programmtechnische Implementierung relativ kompliziert; dies erklärt zum Teil ihren seltenen Gebrauch in den Naturwissenschaften. Diese Methode ist vor allen Dingen in den Ingenieurwissenschaften zur Deformationsberechnung verbreitet. Ihre Anwendung entspricht leichter dem menschlichen Denken, sich die Natur aus *Legosteinen* aufgebaut vorzustellen.

Im folgenden Abschnitt ist einmal kurz der Weg von der Differentialgleichung (DGL) zur FE Formulierung skizziert. Diese Umformung geschieht in mehreren Schritten:

1 - Umschreibung von Differentialform (starke Form der DGL) in Integralform

2 - Bildung der schwachen Form der DGL durch partielle Integration

3 - Anwendung der Galerkin-Diskretisierung auf die schwache Form der DGL. (→ globales Gleichungssystem)

4 - Aufspaltung von globaler Matrix und Vektor in lokale Elementmatrizen bzw. Lösungsvektoren

5 - Integration dieser lokalen Matrizen und Vektoren über das Element und Einbau in das globale Gefüge

6 - Matrizeninversion und Multiplikation der Inversen mit dem Lösungsvektor

Die ersten drei Punkte beinhalten nur theoretische Überlegungen, die restlichen Punkte werden eher programmtechnisch bearbeitet. Im Rahmen dieser Arbeit erscheint es nicht nötig eine detaillierte Beschreibung der FE-Methode vorzunehmen. Diese kann in einschlägiger Literatur nachgelesen werden, hierbei

besonders zu empfehlen Hughes (1987) und Zienkiewicz (1989). Es ist offensichtlich, dass die Erstellung des Programmaufbaus sehr zeitintensiv ist. Daher wird bei einer FE Programmierung vernünftigerweise darauf geachtet, dass lediglich eine konstitutive Gesetzmässigkeit als neuer "Elementtyp" programmiert werden muss, der Kern des Paketes jedoch unberührt bleibt.

4.5 DLEARN

Allgemeine Programmbeschreibung

Bei dem anfänglichen Aufbau von *FRACTure* wurden viele Merkmale eines existierende FE-Programms übernommen. Die ersten neuen Diffusionselemente wurden in das nur leicht modifizierte Programm *DLEARN* integriert, dessen Grundversion in Stanford (USA) von Hughes (1987) entwickelt und veröffentlicht wurde. Wegen der Bedeutung für die hier veröffentlichte Arbeit wird dieser FE-Code in der Folge kurz beschrieben.

Das Programm *DLEARN* ist speziell als Instruktionsprogramm der FE-Methode entwickelt worden. Eine sich für die weitere Arbeit als sehr nützlich erweisende Eigenschaft ist der extrem modulartige Aufbau. Dies dient einerseits dem Verständnis der selten 80 Zeilen überschreitenden Routinen, andererseits kann die Struktur direkt für eine Weiterentwicklung verwendet werden. Dabei profitiert man nicht nur von der Struktur der Kodierung sondern auch von der Logik des Elementeinbaus in die Programmstruktur.

Dieser letzte Punkt wird kurz am Beispiel von impliziten und expliziten Elementen erläutert. *DLEARN* sieht vor, verschiedene Elementtypen miteinander zu verknüpfen, so eben explizite und implizite Elemente. Der Vorteil von rein expliziten Elementen ist, dass sie lediglich Einträge in der Hauptdiagonalen der lokalen Matrix besitzen. Ihr Verhalten bei grösseren Zeitschritten ist andererseits jedoch problematisch. Das Programm bietet hier ein Verfahren an, welches erlaubt, am äussersten Rand des diskretisierten Gebietes implizite Elemente zu wählen, die dann das Verhalten der übrigen explizit gewählten Elemente beeinflussen. Der Vorteil ist der sparsame Gebrauch an Speicherplatz und schnelle Berechnungszeit durch die Benutzung von expliziter Zeitintegration, verbunden mit einem viel unkritischeren Verhalten als bei reiner expliziter Berechnung.

Das Programm wird von einem einzigen Eingabefile aus gesteuert und gibt die Daten auch nur in eine Datei aus. Die mitgelieferten Testfälle beinhalten stationäre und instationäre Problematiken. Diese liefen problemlos auf einer VAX bzw. auf zwei verschiedenen PC Fortran-Compilern.

Das Programm besitzt seine eigene Speicherverwaltung. Aus einem Vektor, dessen Grösse dem von der Rechenanlage zur Verfügung gestellten Speicherplatz entspricht, werden die lokalen Felder mittels Zeigern in Subroutinen übergeben. Die Speicherverwaltung erlaubt es, auf die Kapazitäten des Computers zugeschnittene Probleme zu behandeln. So genügt es bei einer Transferierung auf ein anderes System den Parameter mit der Anzahl der zu Verfügung stehenden "Worten" im Hauptprogramm zu verändern und dieses neu zu übersetzen.

Der Lösungsalgorithmus entspricht dem sogenannten Cholesky-Verfahren für hüllenorientierte Speicherung (in Hughes auch Crout Elimination genannt). Hierbei wird die symmetrische Matrix **K** durch einen einzigen Vektor dargestellt, dessen Diagonaleinträge ebenfalls durch Zeiger angegeben werden, was der Speicherplatzlogik sehr zustatten kommt. Da nur die Hülleneinträge der Matrix, (d.h. von der Diagonalen bis zu dem letzten Matrixeintrag, der ungleich null ist) abgespeichert werden, wird ein Bruchteil des Speicherplatzes der Gesamtmatrix belegt. Auch der folgende Inversionsprozess des Vorwärts- und Rückwärtseinsetzens benötigt keinen weiteren Speicherplatz.

Kontinuumselemente in DLEARN

Es existieren in *DLEARN* 1D-Gerüst- (*Truss*-) Elemente, 2D-Kontinuumselemente sowie die von Zimmermann (1989) zur Verfügung gestellten 3D-Kontinuumselemente. Die 1D-Gerüst-Elemente können im ganzen Raum (nicht nur in x-Richtung) aufgebaut werden.

Das 2D Element besitzt die Option einer Berechnung in Zylinderkoordinaten. Auch hat man die Wahl, die fehlende dritte Dimension bei den 2D Rechnungen mit ebener Spannung oder ebener Verformung darzustellen.

Um die rechnerisch mögliche "Verspannung" unter den Elementen zu verhindern, (die falsche Resultate) produzieren, ist ausserdem die Möglichkeit geschaffen bei allen Elementen mit der K-Quer-Methode zu arbeiten, die modifizierte Übertragungsfunktionen besitzt. Deren Anwendung ist jedoch zeit- und speicherplatzintensiver.

5 FRACTure

5.1 HDR-Systemkopplungen

Das FE-Programm *FRACTure* wurde zur Modellierung eines Hot-Dry-Rock (HDR) Systems entwickelt. Der Name ist ein Synonym für seine Kopplungseigenschaften und leitet sich aus den Worten *Flow, Rock-mechanics And Coupled Temperature Effects* her. Der Weg einer Eigenentwicklung wurde gewählt, um auf bestimmte Anforderungen flexibel reagieren zu können. Diese bestehen in darin, Programme problemangepasst auf PC oder Grossrechner laufen zu lassen und neue Module einzuarbeiten, welche durch eine spezifische Aufgabenstellung oder neue Forschungsergebnisse notwendig werden.

Dieses Programm ist in der Lage das von uns evaluierte Verhalten eines HDR Reservoirs mit den hier auftretenden starken Kopplungen zwischen den einzelnen physikalischen Vorgängen zu simulieren. Die Reaktion einer durch anisotrope Spannungen geklüfteten Gesteinsmatrix auf erzwungene Strömung ist noch nicht ausreichend verstanden. Daher müssen vernünftige Annahmen getroffen werden, die den (wenigen) beobachteten Felddaten und den Labordaten standhalten. Es wird angenommen, dass die Modellierung des Verhaltens eines HDR-Reservoirs zumindest in der Lage sein muss, folgende drei Felder bestimmen zu können:

- hydraulisches Druckfeld

- thermisches Feld

- elastische Deformationsfeld im Gebirge

Die drei Grundbestandteile von *FRACTure*, welche diese drei Prozesse (Thermik, Hydraulik und Elastizität) simulieren, sind schematisch mit einem schraffierten Kästchen in Fig.5-1 dargestellt. Die Interaktionen unter diesen drei Prozessen werden als Kopplungen bezeichnet und sind als weisse Kästchen dargestellt. Die Simulation jedes einzelnen dieser drei physikalischen Prozesse ist in *FRACTure* in allen Dimensionen ohne Einschränkung möglich. Im Anhang sind vier Beispiele der durchgeführten Verifikationen zu finden. Die enge Verknüpfung zwischen Hydraulik und Thermik wird als die wichtigste Kopplung angesehen, welches sich bei jeder 1D, 2D oder 3D Berechnung aktivieren lässt. Der hydraulische Einfluss in der thermischen Berechnung bestimmt den advektiven Teil in der Wärmeleitungsgleichung; die Rückkopplung besteht aus dem Temperatureinfluss auf die Viskosität und die Dichte von Fluiden.

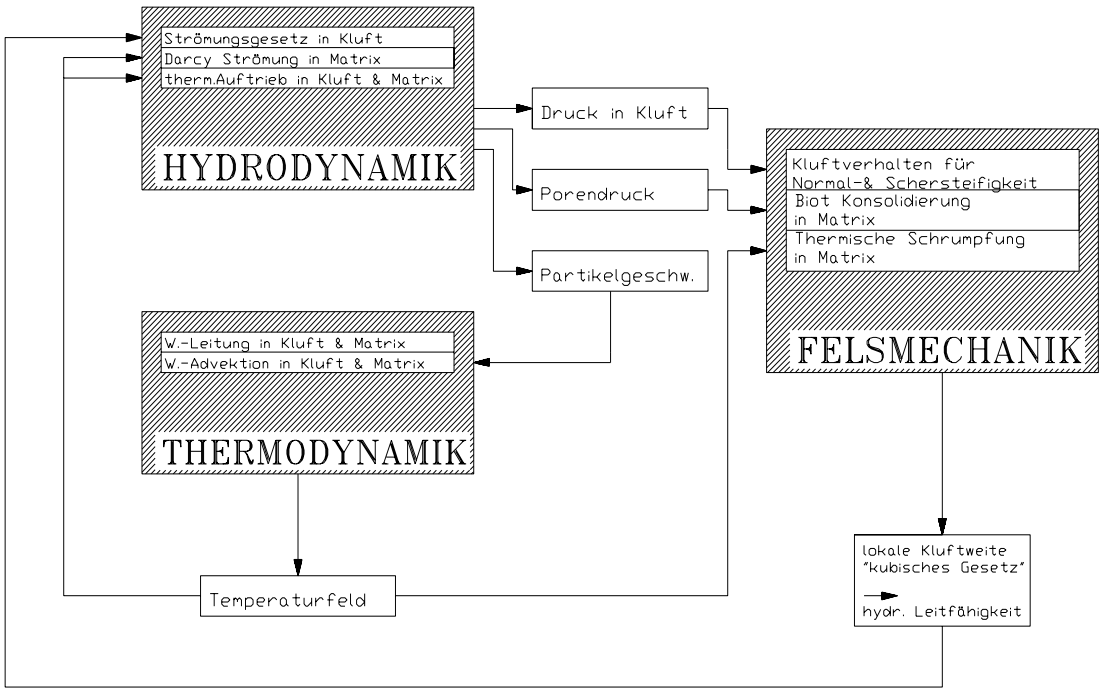


Fig.5-1 Physikalische Kopplungen in einem HDR Reservoir

Den Schlüssel zum Verständnis des Verhaltens eines HDR Reservoirs stellen die elastischen Kopplungen dar. Sie umfassen Effekte der festen Materie auf die Kluftströmung, die einerseits durch Temperatur- und Druckänderungen in der Matrix hervorgerufen werden und die andererseits durch das nicht-lineare Verhalten der Rissweite von dem effektiven Druck bestimmt werden. Angemerkt sei noch, dass die hydraulische Strömung in der dritten Potenz von der Kluftweite abhängt (sog. kubisches Gesetz). In der aktuellen Version von *FRACTure* sind diese elastischen Kopplungen nur in 1D und 2D implementiert und getestet worden.

Wegen der Vielzahl der integrierten physikalischen Mechanismen ist *FRACTure* auch ein universell einsetzbares Werkzeug für die Modellierung weiterer Aspekte der Geowissenschaften geworden. Als Beispiel sei hier die Berechnung des Radontransportes im Untergrund genannt, die mit nur wenigen Veränderungen in dem Code möglich wurde (eine ausführliche Beschreibung ist im Anhangskapitel A1.3 zu finden).

5.2 Allgemeine Programmbeschreibung

5.2.1 Anwendung

FRACTure ist in Fortran77 entsprechend dem ANSI-Standart entwickelt, es läuft ab der Grösse eines PC386 mit typischerweise 4-8 Mbyte Speicherkapazität. Bislang zeigten verschiedene Fortran-Compiler auf unterschiedlichen Systemen eine perfekte Kompatibiliät (VAX/VMS, Mikrosoft-PC, Lahey-PC, SUN-UNIX , HP-UNIX).

Die Erstellung des Eingabefiles erfolgt durch den eigenen Maschengenerator *FRAM*, welcher in der Lage ist, komplizierte Strukturen und Gitterverfeinerungen zu erstellen. Eine Beschreibung dieses Programms ist im nachfolgenden Kapitel 6 zu finden. Das weitere Vorbereiten der Eingabe geschieht mit Hilfe des auf vielen Systemen verbreiteten CAD Programms AUTOCAD. Das nötige Interface, welches die graphische Verarbeitung gewährleistet und welches in die AUTOCAD-Menüstruktur eingearbeitet worden ist, bildet das eigens dazu geschriebene LISP Programm *PREPRO.LSP*. Die Datenaufbereitung und Präsentation erfolgt auf PC hauptsächlich mit dem Graphikprogramm TECPLOT. Die Flexibilität dieses Visualisationsprogramms erlaubt mittlerweile ein komplettes Ersetzen der zwei zu Beginn der Arbeit verwendeten Graphikprogramme SURFER und GRAPHER (welche eine Weiterverarbeitung in AUTOCAD gewährleisteten).

FRACTure wurde aus *DLEARN* entwickelt. Auch in der Endversion lassen sich viele Gemeinsamkeiten erkennen. So wurde die "Pointer"-Logik voll übernommen, einige Hilfsroutinen unverändert gelassen und der Elementaufbau nach seinem Vorbild gestaltet. Die höhere Komplexität des Programms verlangte eine komplette Neugestaltung der zentralen Einheiten im Treiber und in den Elementen. Andere FE-Programme dienten als Anregung in der Kodierung. So wurde der unsymmetrische Lösungsalgorithmus, welcher durch den Advektionsterm in der thermischen Berechnung notwendig wurde, aus Zienkiewicz (1989) entnommen, die Diffusionselemente nach dem Vorbild von FEM301 (Kiraly, 1985) gestaltet und die advektiven Korrekturterme nach ROCKMAS (Kröhn, 1990) entwickelt.

Die Kommentarzeilen in dem Programm sind in englischer Sprache geschrieben; ebenfalls sind die Variablenbenennung und die Namen der einzelnen Routinen dem Englischen entlehnt.

Die Eingabe erfolgt durch eine einzige Datei. Bei Bedarf können die Anfangsbedingungen für transiente Berechnungen aus sogenannten Restartfiles eingelesen werden. Die gewünschte Datenausgabe wird vom Eingabefile gesteuert. Sie erfolgt verteilt auf mehrere Dateien:

- ein Ausgabefile, welches die Eingabedaten, ein Speicherplatzprotokol und die Resultate der Berechnungen enthält.
- Monitordatenfiles, die den Zeitverlauf bestimmter Variablen oder Eigenschaften widergeben
- weitere Datenausgabefiles, die an bestimmten Zeitpunkten der Modellierung geschrieben werden und die die abgespeicherten Zustände der Primärvariablen enthalten.
- Restartfiles, die den Zustand aller Felder am Ende einer Berechnung enthalten

Den Primärvariablen sind globale Freiheitsgrade zugeordnet, welche in der in Tabelle 5.1 genannten Reihenfolge durchgezählt werden. Falls die Berechnung eines physikalischen Systems entfällt, so verschiebt sich ebenfalls die Reihenfolge der globalen Freiheitsgrade.

Tabelle 5.1

Aufzählung und Reihenfolge der Freiheitsgrade für alle 5 Primärvariablen.

physik. System	**Primärvariable**	**Typ**	**lokaler Freiheitsgrad**	**globaler Freiheitsgrad**
Hydraulik	Druck	skalar	1	1
Thermik	Temperatur	skalar	1	2
Elastizität	Verschiebungen	Vektor	Dimension	3-5

5.2.2 Struktur und Elementtypen

FRACTure ist ein offen strukturierter Code. Wenn ein neuer physikalischer Mechanismus integriert wird, bleiben die Eingriffe im Programmkern (das sind die Hauptprogramme und die Treiberroutinen) auf Veränderungen interner Parameter und der Kopplungslogik beschränkt. Extern muss allerdings eine neue Routinensammlung geschrieben werden, die der Struktur von *FRACTure* angepasst ist. Diese Routinen stellen einen neuen "Elementtyp" dar, der aus mindestens

einer "Elementgruppe" besteht. Diese widerum stellt einen Überbegriff für die unterschiedlichen "Elemente" dar. Folgende Definitionen gelten für diese drei Begriffe, die in Fig.5-2 veranschaulicht werden:

Element: diskretisierter Baustein im Untergrund zur Lösung eines physikalischen Vorgangs

Elementgruppe: eine Klasse von Elementen mit folgenden identischen Eigenschaften: physikalischer Vorgang, Dimension, Ansatzfunktion und Kopplungsverhalten

Elementtyp: eine Klasse von Elementen desselben physikalischen Vorgangs und derselben Dimension

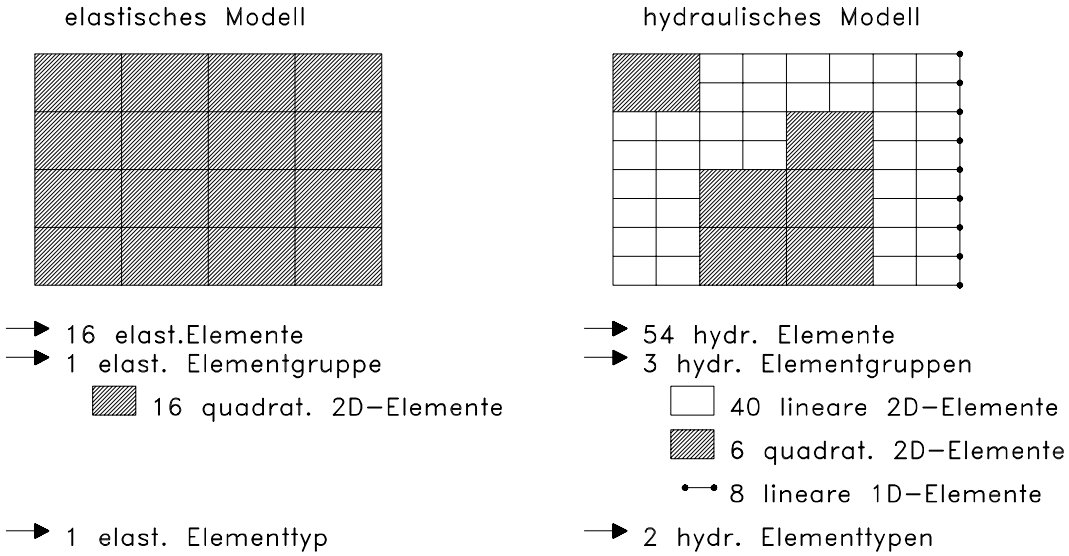


Fig.5-2 Zusammenhang zwischen Element, Elementgruppe und Elementtyp anhand eines hypothetischen hydro-mechanischen Modells, das in 16 elastische und 54 hydraulische Elemente eingeteilt ist. Gesamthaft sind an diesem Modell vier Elementgruppen aber nur drei Elementtypen beteiligt.

Die Elementgruppen stellen somit logische Unterteilungen von Elementtypen dar. Diese Elementgruppen sind durch ihre Kopplungseigenschaft, Ansatzfunktion, Ausgabeoptionen voneinander getrennt. Zum Beispiel kann der 2D-Hydraulik-Elementtyp folgende Elementgruppen besitzen: eine Gruppe mit quadratischer Ansatzfunktion und aktiver thermischer Kopplung, eine andere mit linearer Ansatzfunktion und aktiver thermischer Kopplung und eine mögliche dritte Gruppe mit linearer Ansatzfunktion und keiner aktiven Kopplung. Für den Anwender wird der Unterschied zwischen dem Elementtyp und der Elementgruppe irrelevant, da er beide durch die Element-Steuerkarte festlegt.

Da ein Element immer auch einem Elementtyp zugeordnet werden kann, hat es sich eingebürgert, den Begriff "Element" sowohl auf die Diskretisierung wie auch auf den physikalischen Vorgang anzuwenden. Auch in dieser Arbeit werden diese Begriffe nur dann unterschieden, wenn es dem Verständnis dient.

Jeder Elementtyp muss verschiedene Aufgaben -TASK's- durchführen (das Einlesen der Elementdaten, das Aufstellen der lokalen Matrix und des lokalen Lösungsvektors, deren Einbau in die globale Struktur sowie die Ausgabe von Elementdaten). Die Steuerung dieser Aufgaben obliegt einem allgemeinen Treiber-Teil. Dieser muss darüber hinaus noch andere Aufgaben betreuen (das Einlesen der allgemeinen Daten, die Arrayzuteilung, die Matrixinversion sowie die Ausgabeverwaltung). In der *FRACTure* Programmausführung geschieht der Aufruf des benötigten Elementtyps durch eine Angabe in der Element-Steuerkarte.

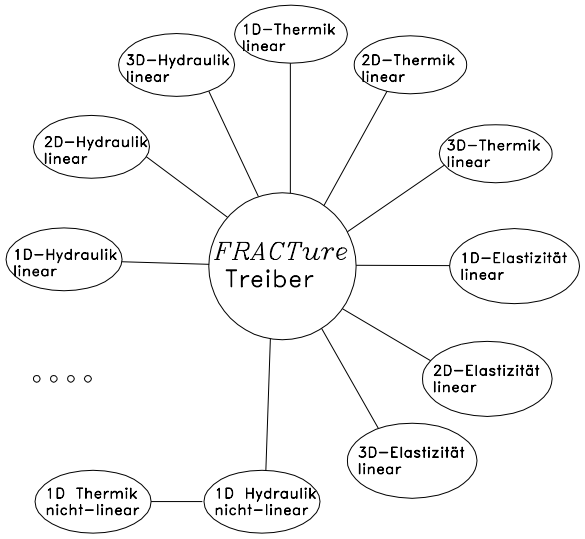


Fig.5-3 Aufbau von FRACTure. Um einen Kern gesellen sich die spezifischen Elemente, welche dann miteinander gekoppelt sein können. Werden einzelne Elemente nicht benötigt, so müssen sie nicht in das ausführende Programm eingebunden werden

Es existieren in *FRACTure* bislang 11 verschiedene Elementtypen. Es handelt sich dabei um die 1D, 2D und 3D linearen Diffusionselemente (jeweils für Hydraulik und Thermik), ein nicht-lineares hydraulisches 1D Kluftelement, das mit einem speziellen 1D Thermik-Kluftelement verbunden ist, und die modifizierten, ursprünglich aus *DLEARN* stammenden 1D, 2D und 3D Kontinuumselemente für lineare Elastizität. Die Wirkungsweisen dieser Elementtypen wird in den folgenden Kapiteln 5.5 bis 5.8 erklärt. Die 1D und 2D Elemente sind vollständig in das Kopplungsschema integriert; in 3 Dimensionen lassen sich nur die

Diffusionselemente (Thermik- und Hydraulikelemente) miteinander koppeln. Die Fig.5-3 erläutert die Grundstruktur von *FRACTure*, bestehend aus einem Kernblock und den unterschiedlichen Elementtypen.

Dieselbe Struktur ist auch am Eingabefile ablesbar. Dieses besteht aus den globalen Einlesedaten für die allgemeinen Treiberroutinen und den spezifischen Eingaben für die an einer Berechnung beteiligten Elementgruppen. Je nach Anzahl der aktiven Elementgruppen kann dieser zweite Teil des Eingabefiles einen grossen Umfang annehmen. Es ist durchaus möglich, in einem Rechengang mehrere Elementgruppen aus demselben physikalischen System zu benützen (siehe z.B. Fig.5-6 für die Option Kluftelemente zwischen Matrixelemente zu setzen).

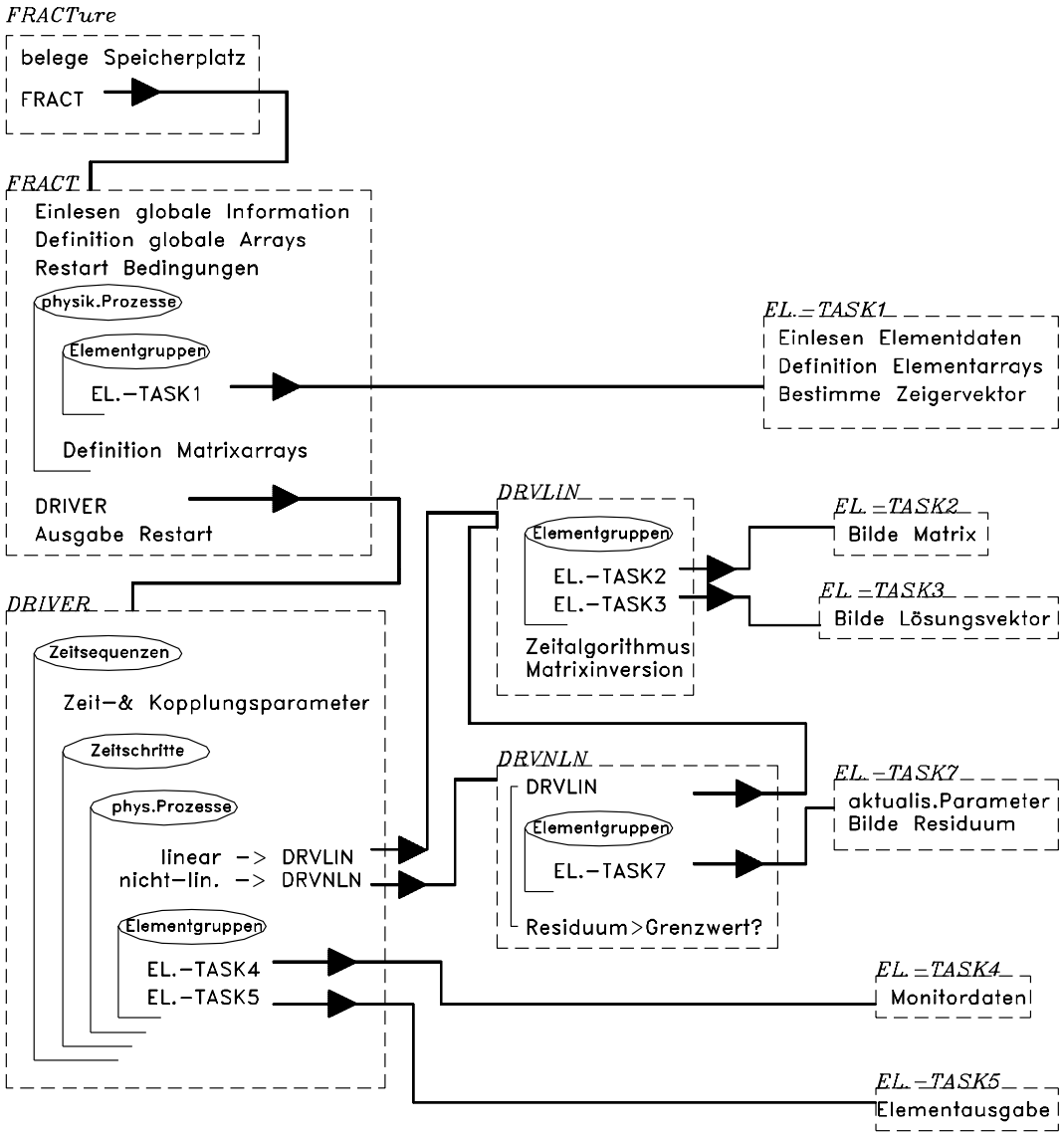


Fig.5-4 Flussdiagramm des Kernbestandteils von FRACTure und der Aufgabenverteilung der Elementtypen. Die Schleifen sind als Ellipsen dargestellt.

Figur 5-4 gibt eine zusammenfassenden Darstellung des strukturellen Aufbaus von *FRACTure* wider. Es zeigt die wichtigsten Routinen im Programm-Kern sowie die Aufgaben, die externe Elementtypen erfüllen müssen.

5.2.3 Ansatzfunktionen

Alle Elementtypen enthalten lineare und quadratische Ansatz- oder Formfunktionen. Die quadratischen Formfunktionen beinhalten zwei verschieden Klassen: Lagrange und Serendipity Elemente. Diese sind für alle drei Dimensionen in Figur 5-5 dargestellt. Die linearen Elemente besitzen nur Eckknoten, die Serendipity Elemente haben zusätzlich noch Kantenmittelknoten und die Lagrange Elemente besitzen darüber hinaus noch Flächen, bzw. Volumenmittelknoten. Der Vorteil der Anwendung quadratischer Elemente liegt in einer höheren Flexibilität, die es erlaubt, den Untergrund gröber zu diskretisieren. Das kann u.U. zu einem geringeren Speicherplatzbedarf führen. Der Nachteil der quadratischen Elemente ist oftmals eine längere Rechenzeit.

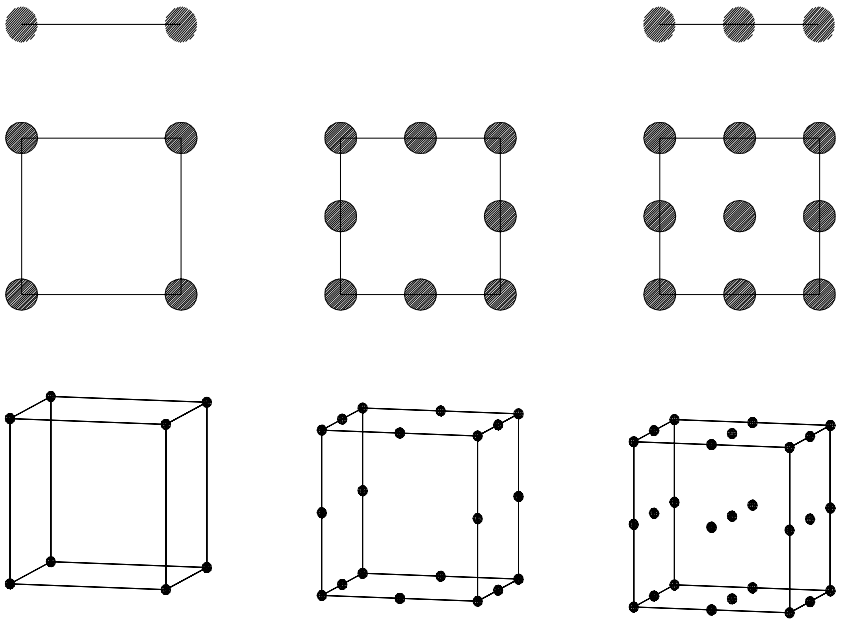


Fig.5-5 Elemente mit linearen (links) und quadratischen Ansatzfunktionen. Die quadratischen Elemente unterteilen sich (mit Ausnahme der 1D Elemente) in serendipityartige (mitte) und lagrangeartige (rechts) Elemente.

Es lassen sich auch "Mischelemente" generieren, die auf der einen Seite quadratische und auf der anderen Seite lineare Ansatzfunktionen besitzen. Die Verwendung letztgenannter Elemente in einer Modellierung kann für eine

Gitterverfeinerung über zwei benachbarte Elemente hinweg sinnvoll sein. Diese Verfeinerung lässt sich durch Ansetzen von 2 linearen Elementen an die quadratische Seite eines "Mischelementes" bewerkstelligen.

5.2.4 Zylinderkoordinaten

Alle zweidimensionalen Elemente besitzen die Möglichkeit, Berechnungen in Zylinderkoordinaten durchzuführen, was sich z.B. für Bohrlochmodellierungen als sehr günstig erweist.

5.2.5 Spezielle Eigenschaften der Diffusionselemente

Ein Diffusionselement wird definiert als ein Modul, welches diffusive thermische oder hydraulische Vorgänge modellieren kann. Ein Diffusionsvorgang wird in der Mathematik mit der Poisson-Gleichung beschrieben. Ursprünglich wurde in *FRACTure* sowohl die Hydraulik wie auch die Thermik mit einem allgemein gehaltenen Diffusionselement modelliert. Allerdings erweitern bestimmte Mechanismen einen thermischen oder hydraulischen Prozess (z.B. Advektionsterm in der Wärmeleitungsgleichung und Auftriebsterme in der Hydraulik). Von dem Konzept eines einheitlichen Diffusionselementes musste Abstand genommen werden, da die mit der Zeit zusätzlich implementierten Mechanismen dessen Handhabung derart beeinträchtigten, dass es in eigenständige thermische und hydraulische Elemente geteilt werden musste. Jedoch besitzen diese zwei Elemente noch viele Ähnlichkeiten miteinander, sowohl in der Programmstruktur als auch in ihrer Anwendungsmöglichkeit.

Für den Benutzer ist es wesentlich, dass sich beide Diffusionselemente räumlich koppeln lassen; d.h. Elemente kleinerer Dimension können sich an den Oberflächen höherdimensionierter Elemente befinden. Die 1D und 2D Elemente können mit ihrer dreidimensionalen Natur beliebig im Raum stehen. Der Einbau der lokalen Elementdaten in die globale 3D-Struktur ist somit unabhängig von der Dimension des jeweiligen Elementes. Der Vorteil dieser Option liegt in der hydraulischen oder thermischen Modellierung von Kluftflächen, die gegenüber der Felsmatrix bedeutend höhere Leitfähigkeiten besitzen. So benötigt eine an sich bereits speicherplatzintensive 3D Simulation von Vorgängen in geklüftetem Gestein zur Diskretisierung der Klüfte keine zusätzliche Verfeinerung senkrecht zur Kluftebene. Eine hydraulische Modellierung kann dann im Matrixbereich mit Permeabilitäten und im Kluftbereich mit Transmissivitäten durchgeführt werden. Die nächste Figur dient zur Illustration dieser Option.

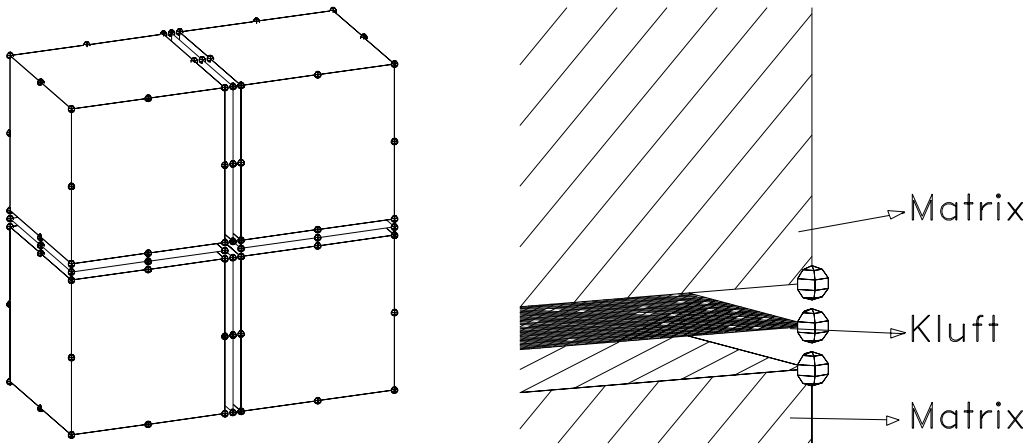


Fig.5-6 Verknüpfung von Elementen mit unterschiedlichen Dimensionen; links quadratische (Serendipity-) Elemente, rechts der Ausschnitt eines zwischen zwei Matrixelementen eingebetteten Kluftelementes. Zu beachten ist, dass die 3 neben- oder übereinanderliegenden Knoten nur wegen einer besseren Übersicht getrennt gezeichnet wurden - die Elemente sind durch dieselben Knoten definiert.

5.3 Zeitalgorithmen

Die zeitliche Diskretisierung in der Numerik basiert grundsätzlich auf einer "Finiten-Differenzen Methode". Der Überbegriff für die Zeitalgorithmen von Diffusionsvorgängen, aus denen sich alle gebräuchlichen instationäre (transiente) Verfahren herleiten lassen, ist die Trapez-Methode. Elastische transiente Vorgänge werden üblicherweise mit der hier nicht näher behandelten Newmark-Methode simuliert, welche aber lediglich die durch die zweite zeitliche Ableitung in der Wellengleichung nötig gewordene Modifikation der Trapez-Methode ist. Diese Newmark-Methode wird von Hughes in *DLEARN* mit dem Hilber-Hughes-Taylor-Algorithmus (auch α Methode genannt) erweitert. Diese Kombination beinhaltet zwei doppelte zeitliche Integrationsparameter: der eine α relaxiert die Berechnungen des ganzen Gleichungssystems und kann mit einem Iterationsverfahren gekoppelt werden, der zweite γ entspricht dem üblichen Kollokationspunkt zwischen null (explizit) und eins (implizit).

Erweitert man den Trapez-Algorithmus für die Diffusionselemente mit der α Methode, so sieht das Gleichungssystem wie folgt aus, wobei die aktuelle bzw. die vergangene Zeitebene mit den Indizes *n+1*, bzw. *n* beschrieben wird.

$$\mathbf{M}\,\mathbf{v}_{n+1} + (1+\hat{\alpha})\mathbf{K}\,\mathbf{d}_{n+1} - \hat{\alpha}\mathbf{K}\,\mathbf{d}_n = \mathbf{f}_{n+\hat{\alpha}} \qquad (5.1)$$

$$\mathbf{d}_{n+1} = \mathbf{d}_n + \Delta t[(1-\gamma)\mathbf{v}_n + \gamma\mathbf{v}_{n+1}] \qquad (5.2)$$

mit:
- $\mathbf{M}$ Kapazitätsmatrix
- $\mathbf{K}$ Leitfähigkeitsmatrix
- $\mathbf{d}$ Vektor mit Primärvariablen
- $\mathbf{v}$ Vektor mit Zeitableitung der Primärvariablen
- $\mathbf{f}$ Kraftvektor
- $\hat{\alpha},\gamma$ Integrationsparameter

Einsetzen von $\hat{\alpha} = 0$ ergibt in Gl.(5.1) die ursprüngliche Trapez-Methode. Diese Gleichung besitzt in Wirklichkeit nur eine Unbekannte, da die beiden auf den ersten Blick erscheinenden unbekannten Werte, die Primärvariable des aktuellen Zeitschrittes und ihre Ableitung, mittels dem zeitlichen Inkrement und dem Integrationsparameter γ in Gl.(5.2) miteinander verbunden sind. Definiert man einen Vorhersagewert $\tilde{\mathbf{d}}_{n+1}$ mit der Beziehung

$$\tilde{\mathbf{d}}_{n+1} = \mathbf{d}_n + \Delta t(1-\gamma)\mathbf{v}_n \qquad (5.3)$$

und löst man nach der unbekannten Ableitung auf, so ergibt sich die in *FRACTure* implementierte Form des Trapez-Algorithmus:

$$[\mathbf{M} + (1+\hat{\alpha})\Delta t(1-\gamma)\mathbf{K}]\,\mathbf{v}_{n+1} = \mathbf{f}_{n+\hat{\alpha}} + (1+\hat{\alpha})\mathbf{K}\,\tilde{\mathbf{d}}_{n+1} + \hat{\alpha}\mathbf{K}\,\mathbf{d}_n \qquad (5.4)$$

In dieser Form wird das Gleichungssystem aufgestellt. Der Matrix-Term auf der linken Seite [in eckigen Klammern stehend] wird in die globale Matrix eingebaut, $\mathbf{v}_{n+1}$ enthält die unbekannten Ableitungen und die rechte Seite wird mit den bekannten Grössen in den Lösungsvektor integriert. Nach der Berechnung von $\mathbf{v}_{n+1}$ lässt sich die aktuelle Primärvariable nach Gl.(5.2) bestimmen. Dieser Wert dient dann zur Berechnung des nächsten Vorhersagewertes, mit dem das Gleichungssystem für den nächsten Zeitschritt vorbereitet wird. Der Vorteil dieser Implementierung ist das einmalige Aufstellen der linken Seite für eine Zeitsequenz. Diese ist durch dieselbe Zeitschrittlänge und dieselben Integrationsparameter gekennzeichnet. Ein weiterer Vorteil ergibt sich in dem Wegfall der Berechnung der Kapazitätsmatrix für die rechte Seite; hier muss für jeden Zeitschritt nur die Leitfähigkeitsmatrix neu aufgestellt werden.

Diese Berechnung lässt sich um eine für die thermischen Prozesse notwendige, weitere advektive Matrix erweitern. Da die Konsistenz-Analyse, die das Auftreten numerischer Oszillationen bei hohen Advektionen einschränkt (siehe Kapitel 5.6), eine einfache lineare Interpolation zwischen den zwei Zeitebenen

erfordert, kann sie nicht mit der in Gl.(5.2) beschriebenen, quasi quadratischen Interpolation behandelt werden. Deswegen musste für die thermische Berechnung auf einen weniger eleganten Algorithmus zurückgegriffen werden, der sich ebenso aus der Trapez-Methode ableiten lässt. Dieser benötigt weniger Speicherplatz, ist dafür aber rechenzeitintensiver. Der Algorithmus löst direkt nach der unbekannten Primärvariablen auf. In dieser nur bei thermischen Elementen aktiven Implementierung wurde auf die α-Methode verzichtet:

$$\left[\frac{\mathbf{M}}{\Delta t}+\gamma\mathbf{K}\right]\mathbf{d}_{n+1}=\mathbf{f}_{n+1}+\left[\frac{\mathbf{M}}{\Delta t}+(1-\gamma)\mathbf{K}\right]\mathbf{d}_{n} \tag{5.5}$$

Man erkennt, dass auf der rechten Seite sowohl die Leitfähigkeitsmatrix als auch die Kapazitätsmatrix für jeden Zeitschritt neu aufgestellt werden müssen. Dafür spart man das Variablenfeld mit den zeitlichen Ableitungen an Speicherplatz ein. Auch hier wird die linke Seite nur einmal für jede Zeitsequenz neu aufgebaut.

5.4 Kopplungsbeschreibung

Eine Kopplungsmodellierung muss sowohl den physikalischen Mechanismen in dem zu untersuchenden System wie auch den numerischen Möglichkeiten Rechnung tragen. Eine der Hauptaufgaben dieser Arbeit bestand darin, diese zwei Punkte in Einklang zu bringen.

5.4.1 Thermo-Hydraulik

In der konzeptuellen Entwicklung von *FRACTure* erhielten Kluft und Matrix äquivalente hydraulische und thermische Leitfähigkeiten, die es erlauben mit Diffusionselementen eine Berechnung durchzuführen. Diese Simulation von zwei verschiedenen Prozessen stellt auch die erste Stufe einer Kopplungsmodellierung dar. Die Kopplungsmechanismen für eine hydro-thermische Modellierung sind einerseits die advektiven Terme in der Wärmeleitungsgleichung, andererseits Druckänderungen, welche durch die Temperaturabhängigkeit der Dichte und Viskosität hervorgerufen werden. In der numerischen Realisierung dieser Kopplung wurde den Gegebenheiten eines unterirdischen Systems Rechnung getragen. Das gegenüber der Thermik viel schnellere Voranschreiten der hydraulischen Front verursacht einen primären hydro-thermischen Kopplungseffekt. So ist die Advektion eine implizite, also primäre Erscheinung, hingegen kann die thermische Rückkopplung zur Hydraulik explizit (also zweitrangig) behandelt werden.

5.4.2 Kluftgesetz

Aus Messungen und theoretischen Überlegungen kennt man eine logarithmische Abhängigkeit der effektiven Kluftnormalspannung (siehe Kapitel 3.4.2) von der Kluftweite. Da die Kluftweite selber mit der dritten Potenz die Kluftströmung bestimmt, besteht eine sehr enge, nicht-lineare Abhängigkeit zwischen der Kluftweite und dem hydraulischen Druck. Eine zeitliche Entkopplung (d.h. eine explizite Behandlung) von anderen physikalischen Mechanismen ist möglich, weil Änderungen in den elastischen Rückstellkräften, die ebenso eine Wirkung auf den effektiven Normaldruck haben, eine sekundäre Erscheinung sind. Deshalb sieht die Kopplungslogik hier nur eine iterative Annäherung an die wahren Verhältnisse von Kluftdruck und Kluftöffnung vor. Die Reduktion des Problems auf ein einziges nicht-lineares Element stellte eine Erleichterung dar, da die Iteration, welche in *FRACTure* von einem gesonderten Treiber verwaltet wird, nur für die hydraulischen Elemente durchgeführt werden muss.

Es ist zur Beschleunigung eines Rechenganges möglich, anstelle des gesamten hydraulischen Systems nur die hydraulischen, nicht-linearen Kluftelemente zu iterieren. Allerdings wird eine realistische Simulation unter Anwendung dieser Option sehr stark von der Parameterwahl abhängen; hohe Matrix-Permetationsverluste der Kluft verursachen natürlich einen höheren Beitrag der (linearen) Matrixelemente an dem hydraulischen Kluftverhalten.

5.4.3 Elastische Matrixkopplung

Das Ergebnis einer nur durch hydraulische Iteration berechneten Kluftweite müsste mit der Spannungsänderung, die sie durch die Öffnungsänderung verursacht, korrigiert werden. Hierbei treten zum ersten Mal die elastischen Elemente in Erscheinung. Die Änderung der Kluftweite wird als Verschiebungsrandbedingung in das elastische Modell weitergegeben, das daraus eine Änderung der Kluft-Normalspannung berechnet. Es stellte sich in der Modellierung heraus, dass Kluftweitenänderungen in der Grössenordnung von mehreren μm Rückstellspannungen im *kPa*-Bereich hervorrufen; d.h. sie sind mehrere Grössenordnungen unterhalb eines für die Kluftöffnung relevanten Bereiches. Daher ist es vollkommen ausreichend, wenn die Spannungsänderung erst im nächsten Zeitschritt in die Kluftweitenberechnung eingeht, also explizit betrachtet wird. Deswegen benötigt diese Kopplung auch keinen voll impliziten Iterationsalgorithmus.

Zwei weitere Effekte, die thermo- und poro- elastische Verformung der Matrix, deren Relevanz sich durch analytische Berechnungen vorher abschätzen liess, verändern die Normalspannung sehr stark. Wegen des viel langsameren Voranschreitens dieser beiden Matrixkräfte gegenüber den Zeitkonstanten der Klufthydraulik ist auch hier eine explizite Behandlung im Kopplungskreislauf möglich. Es wird darauf aufmerksam gemacht, dass die Modellierung von poroelastischen Einflüssen in hoch permeablen Gesteinen in der aktuellen Version von *FRACTure* nicht problemlos möglich ist. Bei einem solchen Untergrund müsste entweder ein voller impliziter Berechnungskreislauf mit iterativer Anpassung an das hydraulische und das elastische Modell gewählt werden (was nur mit Modifikationen der Treiberroutinen möglich ist), oder die Zeitschrittlänge sollte klein genug gewählt werden.

5.4.4 Kopplungsablauf

Die Figur 5-7 erläutert den Ablauf eines voll gekoppelten Zeitschrittes. Nimmt man an, dass zu Beginn eines Zeitschrittes alle hydraulischen, thermischen und elastischen Daten berechnet sind, erfolgt der Ablauf nach folgender Reihenfolge (wobei für die hydraulische Berechnung alternativ 2 Optionen gewählt werden können):

1a *Hydraulische Berechnung mit Iteration der Kluftelemente:* Zuerst werden die Aufstiegsgeschwindigkeit v_A und die dynamische Viskosität μ aufgrund ihrer Temperaturabhängigkeit aktualisiert. Die beiden Kluftparameter hydraulische Kluftweite a_h und hydraulische Kluftleitfähigkeit K_{Kluft}, die man in einem iterativen Prozess als Ausgabe der nicht-linearen Kluftelemente erhält, stehen allen linearen hydraulischen Elementen als Eingabe zur Verfügung. Diese Hydraulik-Elemente geben das hydraulische Druckfeld P in Kluft und Matrix aus.

1b *Hydraulische Berechnung mit Iteration aller Elemente:* Zuerst werden die Aufstiegsgeschwindigkeit v_A und die dynamische Viskosität μ aufgrund ihrer Temperaturabhängigkeit aktualisiert. Es werden dann sowohl die nicht-linearen Kluftelemente wie auch die linearen Matrixelemente in die Iteration einbezogen. Die Berechnung liefert dann sowohl die hydraulische Kluftweite a_h wie auch das hydraulische Druckfeld P in Kluft und Matrix.

2 *Thermische Berechnung:* Als nötiger Eingabeparameter muss zuerst das Strömungsfeld v_f aus dem hydraulischen Druck berechnet werden, als Ausgabe erhält man die Temperaturverteilung T in Kluft und Matrix.

3 *Elastische Berechnung:* Hier wird zuerst die thermo- und poroelastischen Spannungen S^T, S^P berechnet, sowie die Verschiebungsrandbedingung an der Kluftwand festgelegt. Als Ausgabe erfolgt ein Verschiebungsfeld in der Matrix, das in eine Spannungsänderung umgerechnet wird. Damit lässt sich die Kluftnormalspannung S_n angeben.

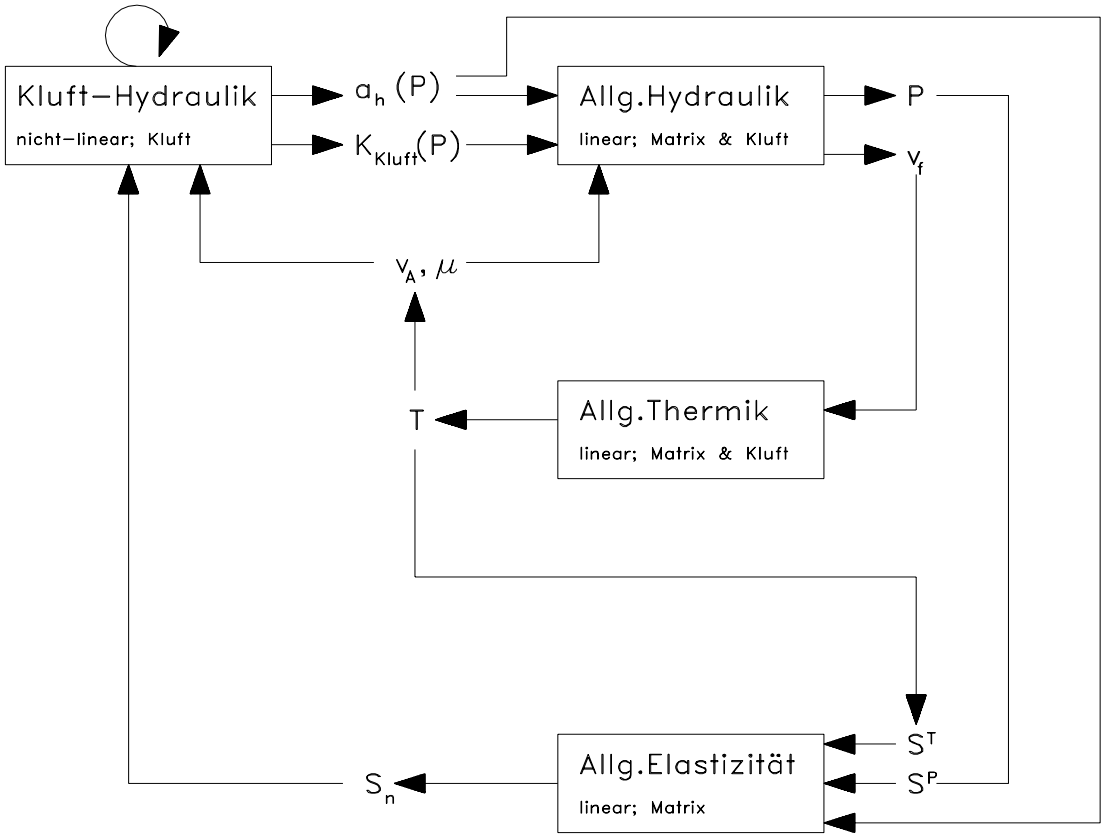


Fig.5-7 Ablauf der Kopplungsmechanismen in FRACTure. Die Darstellung der hydraulischen Kopplung zeigt hier die Option 1a (lediglich die Kluftelemente werden in den iterativen Prozess eingebunden). Die verwendeten Symbole sind im vorangehenden Text erklärt. Es besteht im Programm auch jederzeit die Möglichkeit, während bestimmter Zeitabschnitte nicht relevante Kopplungen abzuschalten.

5.5 Hydraulische Elemente

Die Hydraulik berechnet den Druckzustand im Untergrund. Der dabei massgebliche Prozess wird durch die Darcy-Strömung beschrieben. Er stellt einen Diffusionsvorgang dar, der im stationären Fall von der hydraulischen Leitfähigkeit und im instationären Fall zusätzlich noch von dem spezifischen Speicherkoeffizient bestimmt wird. Die hydraulische Leitfähigkeit wird gemäss Gl.(3.4) aus dem Quotienten von Permeabilität und Viskosität berechnet, wobei die Permeabilität (und damit auch die hydraulische Leitfähigkeit) tensorieller Natur sein kann.

Darüberhinaus kann in dem implementierten hydraulischen Element das Druckverhalten von weiteren Faktoren bestimmt werden:

- Ein- oder Aus- Strömraten (als Punkt-, Oberflächen- oder Volumenquelle)
- Dichteunterschiede durch Temperaturänderungen
- Druckübergang (z.B. an Materialgrenzen)

Schreibt man die instationäre hydraulische Grundgleichung aus Kapitel 3.2 in Integralform und erweitert man diese um Zusatzterme, die obige Gesetzmässigkeiten beschreiben, so folgt:

$$\underset{\text{zeitl.Änderung}}{\int_\Omega \frac{\partial(S \cdot P)}{\partial t}\, d\Omega} - \underset{\text{Darcy-Strömung}}{\int_\Omega \nabla(K \nabla P)\, d\Omega} - \underset{\text{Druckübergang}}{\int_\Gamma h_P \cdot P\, d\Gamma} = \underset{\text{therm.Auftrieb}}{\int_\Omega \beta_f \Delta T \nabla z\, d\Omega} + \underset{\text{Strömungsraten}}{\int_\Omega Q\, d\Omega} \qquad (5.6)$$

mit:
K hydraulischen Leitfähigkeit
S spezifischer Speicherkoeffizient
h_p Druckübergangskoeffizient
β_f lin. Vol.-Expansionskoeffizient
Q Strömungsrate
z vertikale z-Komponente
Ω Gebiet
Γ Berandung

In dieser Gleichung sind die Ausdrücke mit den unbekannten Druckvariablen auf der linken Seite und die bekannten Terme (vorgegeben oder aus dem letzten Zeitschritt) auf der rechten Seite angeordnet. Da die thermische Auftriebskraft für unsere Berechnung zweitrangig ist, wird diese (wie im Kapitel 5.4 erwähnt) explizit behandelt. Erinnert sei dabei, dass bei anderen Problematiken dieser Teil u.U. implizit, d.h. gleichzeitig und iterativ mit dem thermischen Teil berechnet werden muss. Ein weiterer sekundärer thermischer Effekt steckt in der hydraulischen Leitfähigkeit. Aufgrund der Temperaturabhängigkeit der Viskosität μ wird die hydraulische Leitfähigkeit durch eine lineare μ-T Funktion korrigiert. Die Eingabe dieser Funktion erfolgt durch die Angabe der hydraulischen Leitfähigkeit für $T=0^\circ C$ sowie ihres Gradienten bei einer Temperaturänderung von $+1^\circ C$.

5.5.1 FE-Formulierung

In dem Finite-Element Sprachgebrauch wird Gl.(5.6) die starke Form einer Differentialgleichung genannt. Die in einem Element implemetierte Form ist immer die schwache Form der Differentialgleichung. Diese erhält man durch die Variationsmethode oder durch die Methode der gewichteten Residuen. In dieser Arbeit wurde die Variationsmethode nach Hughes (1987) angewandt. Sie entspricht einer partiellen Integration und einer vorher durchgeführten Multiplikation mit einer beliebigen Funktion ω.

Die schwache Form der hydraulischen Differentialgleichung sieht folgendermassen aus:

$$\int_{\Omega} \omega \cdot S \cdot \frac{\partial P}{\partial t}\, d\Omega - \int_{\Omega} \nabla\omega \cdot K \cdot \nabla P \; d\Omega - \int_{\Gamma} \omega \cdot h_P \cdot P \; d\Gamma = \int_{\Omega} \nabla\omega \cdot Q \; d\Omega + \int_{\Omega} \omega \cdot \beta_f \Delta T \nabla \mathrm{z} \, d\Omega \tag{5.7}$$

5.5.2 Randbedingungen

Bislang ist von den üblichen Dirichlet-Randbedingungen (Potential am Rand ist vorgegeben) und Neumann-Randbedingungen (Fluss über den Rand ist vorgegeben) noch nicht die Rede gewesen. Es zeigt sich, dass beide Randbedingungen eine Folge der mathematischen Umformulierung sind. Die Neumann-Randbedingung folgt aus der partiellen Integration als ein Randintegral über die Zu- und Abflüsse in das Element. Die Dirchlet-Randbedingung folgt aus der Galerkin-Formulierung, die in der Finite-Element Methode üblicherweise angewandt wird. Die Galerkin Formulierung erfüllt vereinfacht gesagt zwei Aufgaben: einerseits interpoliert sie den Bereich zwischen den diskreten Knotenwerten mit Hilfe von linearen oder quadratische Formfunktionen, andererseits setzt sie das lineare Gleichungssystem neu auf, wobei die bekannten diskreten Werte (die der Dirichlet-Randbedingung entsprechen) auf die rechte Seite gesetzt werden. Auf eine detaillierte Beschreibung der FE Umformungen wird aus Gründen der Überschaubarkeit dieser Arbeit verzichtet und auf die entsprechende Literatur verwiesen (Hughes 1987, Zienkiewicz 1989) .

5.6 Thermische Elemente

Der zentrale Diffusionsterm wird in der thermischen Berechnung als Wärmeleitungsterm bezeichnet. Dieser wird von dem Parameter Wärmeleitfähigkeit sowie bei instationären Berechnungen von der Wärmekapazität beschrieben. Weitere Mechanismen, die in dem thermischen Element berücksichtigt sind, sind die Advektion, der Wärmeübergang an Materialgrenzen sowie Wärmeproduktion aus Punkt-, Oberflächen- oder Volumenquellen.

Die Integralform der Wärmetransportgleichung im Gebiet Ω und der Berandung Γ lautet somit:

$$\underbrace{\int_{\Omega} \frac{\partial(\rho c \cdot T)}{\partial t}\, d\Omega}_{\text{zeitl.Änderung}} + \underbrace{\int_{\Omega} \rho_f c_f \mathbf{q} \nabla T\, d\Omega}_{\text{W.-Advektion}} - \underbrace{\int_{\Omega} \nabla(\lambda \nabla T)\, d\Omega}_{\text{W.-Leitung}} - \underbrace{\int_{\Gamma} h_T T\, d\Gamma}_{\text{Wärmeübergang}} = \underbrace{\int_{\Omega} j\, d\Omega}_{\text{W.-produktion}} \quad (5.8)$$

mit:
- λ Wärmeleitfähigkeit
- ρc Wärmekapazität
- $\mathbf{q}$ Darcy-Strömungsgeschwindigkeit
- h_T Wärmeübergangskoeffizient
- j Wärmefluss

Diese Gleichung ist streng genommen nur für ein physikalisches System gültig, das aus einer Phase besteht. Im Fall eines porösen Untergrundes sind jedoch mindestens zwei Phasen enthalten: die fluide und die solide Phase. Deren Anteile werden mit der Porosität voneinander getrennt. Die Berechnung und Diskussion kann dem Kapitel 3.3 entnommen werden.

5.6.1 Advektionsgeschwindigkeiten

Angemerkt sei hier nochmals, dass der Advektionsterm, der das Kopplungsglied zur Hydraulik darstellt, im selben Zeitschritt wie die Temperatur berechnet wird. Die Partikelgeschwindigkeiten werden aus dem hydraulischen Druck unter der Angabe der hydraulischen Leitfähigkeit und der Porosität neu berechnet, d.h. die Geschwindigkeiten werden nicht direkt aus dem hydraulischen Element entnommen. Der Vorteil dieses Vorgehens liegt in der Möglichkeit, unterschiedliche Netze für die thermische wie für die hydraulische Berechnung aufzustellen.

Eine Besonderheit des thermischen Kluftelementes ergibt sich in der Bestimmung der mittleren Strömungsgeschwindigkeit: vergleicht man chemische Tracertests mit der theoretischen hydraulischen Geschwindigkeit, so zeigt sich, dass letztere viel zu hoch eingeschätzt wird. Die Ursache dieser Differenz liegt in dem Verhältnis zwischen der hydraulischen und der mittleren arithmetischen Kluftöffnung. Durch die Eingabe einer Konstante, die den Quotient von hydraulischer zu arithmetischer Öffnung darstellt (und damit wie eine künstliche Kluftporosität wirkt) lässt sich die wahre Strömungsgeschwindigkeit berechnen. Siehe hierzu auch im Kapitel 5.8 die Beschreibung des thermischen Kopplungselementes zum nicht-linearen hydraulischen Kluftelement, sowie die Beschreibung im Kapitel 3.5.

5.6.2 FE-Formulierung

Die schwache Form der Differentialgleichung lautet unter Auslassung der Terme, die aus den Randbedingungen stammen:

$$\int_{\Omega} \omega \cdot \rho c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}\, d\Omega + \int_{\Omega} \omega \cdot \rho_f c_f \mathbf{q} \cdot \nabla T\, d\Omega - \int_{\Omega} \nabla\omega \cdot \lambda \cdot \nabla T\, d\Omega - \int_{\Gamma} \omega \cdot h_T \cdot T\, d\Gamma = \int_{\Omega} \omega \cdot j\, d\Omega \tag{5.9}$$

Die Terme auf der linken Seite unter den lokalen Gebietsintegralen bilden jeweils eine lokale Matrix. Die Matrizen waren bislang alle symmetrischer Natur. Diese symmetrische Struktur bleibt auch nach dem Einbau in der globalen Matrix erhalten. Allerdings wird die lokale Matrix nach der Addition des advektiven Anteils unsymmetrisch. Daher musste der Lösungsalgorithmus zur Behandlung unsymmetrische Matrizen abgeändert werden. Dieser neue Algorithmus beansprucht allerdings den doppelten Speicherplatz für die globale Matrix. Falls das Advektionsglied jedoch explizit behandelt werden kann (Option in der Steuerkarte der thermischen Elemente), ist kein Aufbau der unsymmetrischen, advektiven Matrix nötig und das Lösungssystem bleibt symmetrisch. Der advektive Teil wird bei dann nur im Lösungsvektor berücksichtigt.

5.6.3 Numerische Dispersion

In den meisten numerischen Programmpaketen macht eine exakte Darstellung des Advektionsterms grosse Schwierigkeiten. Es stellt sich bei normaler Diskretisierung eine ungewollte numerische Dispersion ein, welche sich durch Phasen- und Amplitudenänderung ausdrückt. Diese Probleme lassen sich mit Hilfe von zeitlichen und räumlichen dimensionslosen Konstanten erfassen. Die zeitliche Konstante wird durch die Courantzahl *Cr* ausgedrückt, die die Anzahl der Elementlängen ΔL angibt, welche eine Information pro Zeitschritt Δt überläuft.

$$Cr = \frac{\mathbf{q}\Delta t}{\Delta L} \tag{5.10}$$

Die räumliche Konstante wird mit der Peclet-Zahl *Pe* beschrieben, die das Verhältnis von Advektions- zu Diffusionseffekt angibt.

$$Pe = \frac{\rho_f c_f \mathbf{q} \Delta L}{\lambda} \tag{5.11}$$

Beide Konstanten werden massgeblich von der Grösse der Strömungsgeschwindigkeit bestimmt. Die Genauigkeit einer numerischen Modellierung hängt von dem Wert dieser Konstanten ab. Eine grössere *Cr*-Zahl verursacht einen quadratisch anwachsenden oszillierenden Fehler. Allgemein wird in unkorrigierten Verfahren ein Fehler als vertretbar angesehen, der bei $Cr \leq 1$ auftritt. Für die *Pe*-Zahl wird bei expliziten Finite Differenzen Verfahren eine Stabilitätsgrenze mit $Pe \leq 2$ gesetzt, hingegen wird bei FE-Verfahren $Pe \leq 10$ als Faustformel betrachtet. Die Werte beider dimensionslosen Zahlen sind abhängig von der räumlichen Diskretisierung: bei kleineren Elementen vergrössert sich die Courantzahl und verringert sich die Pecletzahl.

5.6.4 Korrekturterme

Die Konsistenz-Analyse erlaubt es, die Beschränkung der *Pe*-Zahl aufzuheben. Sie wird in FD-Verfahren bereits seit längerer Zeit angewandt. Am Institut für Strömungsmechanik der Universität Hannover ist sie von Gärtner (1987) und Kröhn (1991) erstmals auch auf die FE Methode übertragen worden. Auch *FRACTure* besitzt mittlerweile diese Option. Der Grundgedanke der Konsistenz-Analyse ist, dass die in der Galerkin-Formulierung von hyperbolischen Gleichungen entstehenden Defektterme bereits von der ursprünglichen Gleichung subtrahiert werden können. Die Defektterme lassen sich durch eine Taylor-Reihenentwicklung der (für die FE-Methode untypischen) Knotengleichung berechnen. Diese Knotengleichung wird unter folgenden Voraussetzungen aufgestellt:

- lineare Interpolation zwischen den Zeitebenen
- lineare Ansatzfunktionen für die Elemente
- Galerkin-Formulierung

Subtrahiert man diese Defektterme von der ursprünglichen Knotengleichung und führt mit diesem Ausdruck eine neue Reihenentwicklung durch, so dürfen keinen weiteren Defektterme auftreten. Diese sogenannte Konsistenzanalyse zeigt, dass unter bestimmten Bedingungen keine Zusatzterme entstehen, d.h. die Werte sind konsistent. Es zeigt sich, dass das Verfahren nur einen maximalen Kollokationspunkt von 0.5 (Crank-Nicolson) zulässt. Eine ausführliche Herleitung ist in Kröhn (1991) nachzulesen.

Diese Konsistenz-Analyse liess sich leider nicht problemlos in die Programmstruktur von *FRACTure* übertragen, da der ursprünglich implementierte Zeitalgorithmus von Gl.(5.1-5.4) keine lineare Interpolation zwischen den Zeitebenen

vorsieht. So war man gezwungen, die thermische Berechnung mit dem Zeitalgorithmus aus Gl.(5.5) durchzuführen. Dieser lautet für diffusiv-advektive Vorgänge unter Berücksichtigung des Defekttermes:

$$\left[\frac{\mathbf{M}}{\Delta t}+\gamma\mathbf{K}+\gamma\mathbf{q}\mathbf{C}+\underbrace{\Delta t\,\mathbf{q}^2\left(\frac{1}{6}-\frac{\gamma}{2}\right)\frac{\mathbf{K}}{\lambda}}_{\text{Defektterm}}\right]\mathbf{d}_{n+1}= \tag{5.12}$$

$$\mathbf{f}_{n+1}+\left[\frac{\mathbf{M}}{\Delta t}-(1-\gamma)\mathbf{K}-(1-\gamma)\mathbf{q}\mathbf{C}-\underbrace{\Delta t\,\mathbf{q}^2\left(\frac{1}{3}-\frac{\gamma}{2}\right)\frac{\mathbf{K}}{\lambda}}_{\text{Defekterm}}\right]\mathbf{d}_n$$

mit: **M** Kapazitätsmatrix
K Leitfähigkeitsmatrix
C Advektionsmatrix
d Temperaturvektor
γ Integrationsparameter

Eine grundsätzliche Einschränkung der Konsistenzanalyse besteht in der Tatsache, dass die Defektterme nicht für Elemente mit quadratischen Ansatzfunktionen entwickelt wurden, d.h. das korrigierte Verfahren kann nur mit linearen Elementen durchgeführt werden.

Dieses Verfahren wurde für den schlimmsten Fall einer reinen Advektion (also mit unendlicher Pecletzahl) analysiert. Dies entspricht praktisch einer thermischen Simulation von erzwungener Spaltströmung, da Wasser eine fast vernachlässigbare thermische Leitfähigkeit besitzt. In einer ersten 1D-Simulation wird Wasser mit einer Temperaturdifferenz von *100˚C* um *90 m* entlang der *x*-Achse transportiert. Zu erwarten ist, dass sich diese Schrittfunktion längs der *x*-Achse bewegt, aber ihre Form nicht verändern sollte. Die Rechenläufe wurden mit verschiedenen Zeitschrittlängen durchgeführt, um das Verhalten gegenüber unterschiedlichen Courantzahlen zu testen. In dem in Fig.5-8 gezeigten Test wird die Berechnung eines linearen Elementes mit Defektterm und einem Kollokationspunkt von γ=0.5 und den Ergebnissen mehrerer konventioneller Berechnungen mit unkorrigierten quadratischen Elementen gegenübergestellt, die jeweils Kollokationspunkte in einer Bandbreite von γ*=0.5* bis γ*=1.0* besitzen.

Es zeigt sich, dass sich das korrigierte Verfahren für *Cr>1* wegen der hier auftretenden Instabilitäten nicht mehr anwenden lässt. Die Fig.5-8 enthält für *Cr=5* deswegen auch nur eine Gegenüberstellung konventioneller Berechnungen, die jedoch auch hier nur für die stärker implizit gewichteten Berechnungen nicht mehr oszillieren. Für *Cr=1* ist die Defekttermberechnung exakt. Die Genauigkeit einer korrigierten Berechnung nimmt bei abnehmenden Courantzahlen wieder ab, wohingegen die der konventionellen Berechnungen zunimmt. Vergleicht man die

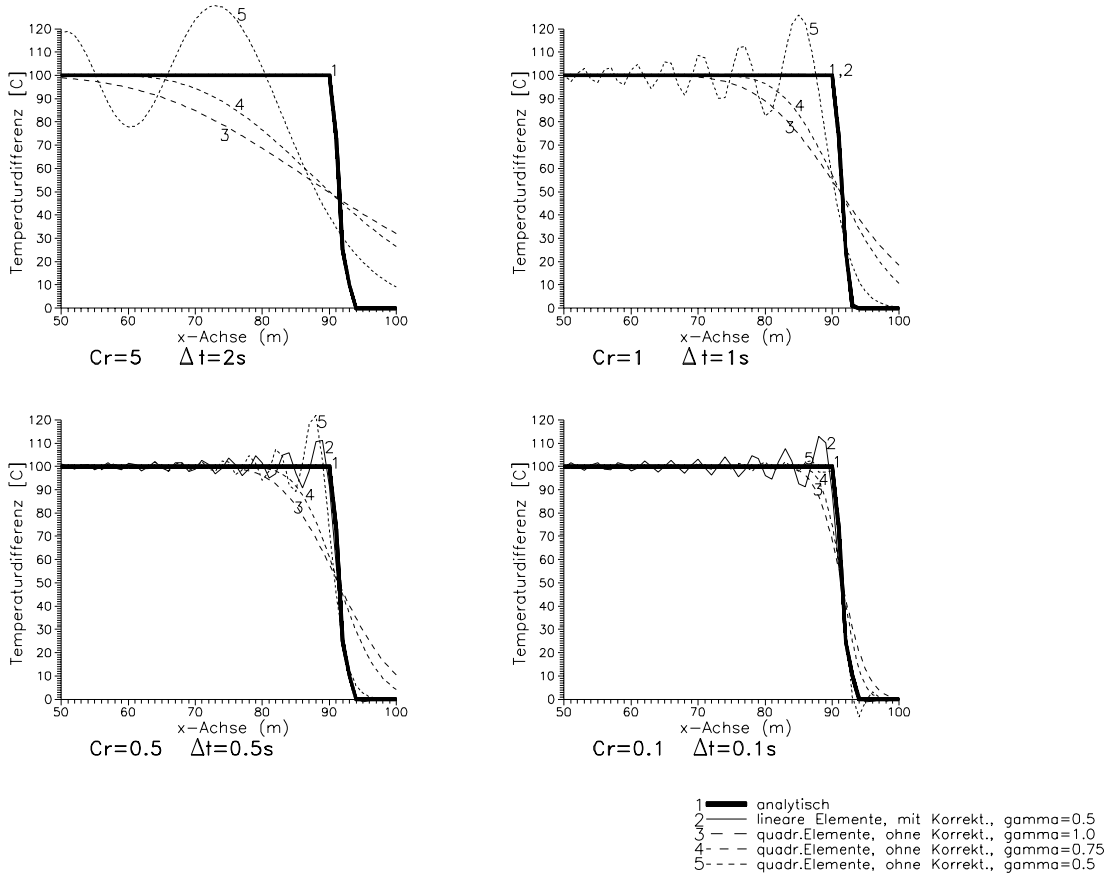


Fig.5-8 Vergleichsberechnungen eines advektiven thermischen 1D-Modells mit unendlichen Pecletzahlen. Die Strömungsgeschwindigkeit beträgt in allen Berechnungen 1ms^{-1}. Die Berechnung mit Cr=5 enthält wegen nicht darstellbarer Werte keine Defekttermberechnungen.

zwei Berechnungen mit demselben Kollokationspunkt von *0.5*, so zeigt sich für *Cr<0.5*, dass sich die unkorrigierten Berechnungen hinter der Wärmefront viel glatter als die korrigierten verhalten. Allerdings wird das Gebiet vor der Wärmefront sowie die Steilheit der Stufe auch weiterhin von dem korrigierten Verfahren besser dargestellt. Allgemein wird in der fehlenden Glattheit der Funktion hinter der Wärmefront jedoch auch der Nachteil der restriktiven Auswahl des Kollokationspunktes in der Konsistenzanalyse deutlich.

Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind nicht unbedingt repräsentativ. Es sollte für jedes neue Problem erst eine Testrechnung durchgeführt werden, um auf das Verhalten der Konsistenz-Analyse schliessen zu können. Der Vorteil dieses Verfahrens kommt zu tragen, wenn man die Courantzahl beliebig einstellen kann.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass diese Analyse für spezielle Probleme, bei denen die Gitterwahl der Advektionsgeschwindigkeit angepasst werden kann, sehr nützlich ist, es ergibt sich unseres Wissens so erstmals die Möglichkeit, Advektionsberechnungen mit der Finiten-Element Methode in beliebiger Genauigkeit durchzuführen. Leider führen die erwähnten Beschränkungen auch auf einen nur sehr eingeschränkten Nutzen.

Als Beispiel einer Berechnung mit Defekttermen zeigt die Fig.5-9 einen ähnlich gelagerten 2D-Fall. Eine rotationssymmetrische Geschwindigkeitsverteilung zwingt eine ursprüngliche Temperaturverteilung sich um das Zentrum zu bewegen. Auch hier war die Diffusion abgeschaltet, d.h. die Form der Verteilung muss während der Simulation stabil bleiben. Wie Fig.5-9 zu entnehmen ist, kommt es während 120 Zeitschritten zu keinen nennenswerten Oszillationen.

5.6.5 Weitere Transportprozesse

Im Rahmen dieser Arbeit wird auf die Beschreibung weiterer Transportprozesse nur am Rande eingegangen. Es werden hier die Möglichkeiten aufgezeigt, die die thermischen Elemente für andere Simulationen bieten. Für die Hydrogeologie sind Fragestellungen des Stofftransportes sehr bedeutend. Die Stofftransport-Gleichung für einen wassergesättigten Untergrund lautet (Istok, 1989):

$$\underbrace{\frac{\partial C}{\partial t}}_{\text{zeitl.Änderung}} = \underbrace{-\mathbf{v}_f \nabla C}_{\text{Konvektion}} + \underbrace{\nabla(\mathbf{D}_f \nabla C)}_{\text{Diffusivität}} + \underbrace{\nabla\left(a_{ijkl} \cdot \frac{v_k \cdot v_l}{\sqrt{v_k^2 + v_l^2}} \cdot \nabla C \right)}_{\text{Dispersion}} + \underbrace{\bar{f}}_{\text{Quellterm}} \tag{5.13}$$

mit:

C	Konzentration
$\mathbf{D}_f$	Diffusivitätstensor
$\mathbf{v}_f$	Partikelgeschwindigkeit
a_{ijkl}	Dispersivitätskomponenten
v_l ,v_m	Komponenten der Partikelgeschwindigkeit

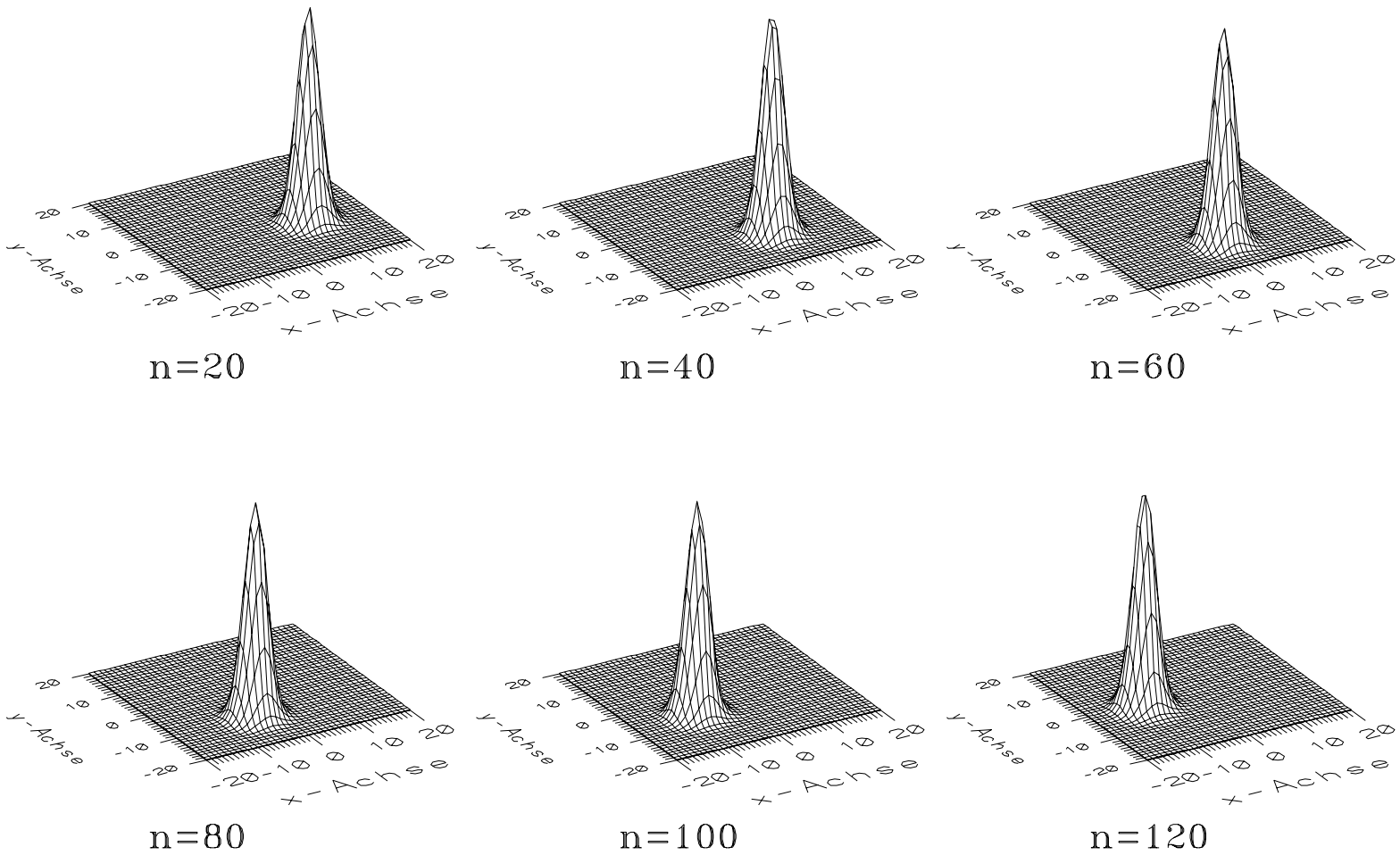


Fig.5-9 Rotationsbewegung einer Temperaturverteilung ohne diffusivem Anteil über ein 2D-Gitter. Die Simulation wurde mit Defekttermen bei einer Courantzahl von etwa 0.5 durchgeführt. (Berechnungen jeweils nach 20, 40, 60, 80, 100 und 120 Zeitschritten)

In obiger Gleichung ist der Dispersionsterm für einen 2D-Fall dargestellt. Man erkennt, dass sich dieser in Dispersivitätskomponenten und in Geschwindigkeitskomponenten aufspaltet (siehe auch Gl.3.22). Der Dispersionstensor kann nach seiner Berechnung programmintern auf den Diffusivitätstensor addiert werden (entsprechend Gl.3.24). Ein Vergleich mit der Wärmetransportgleichung (3.19) zeigt, dass für eine Berechnung von Gl.(5.13) lediglich die Dispersivitätslängen benötigt werden. Eine Zusammenstellung der Eingaben ist in Tab.5.2 zu finden.

Der Radontransport im Erduntergrund ist Gegenstand von laufenden Untersuchungen am Institut für Geophysik (s.Kapitel A1.3). Daher lag es nahe, diesen Transportprozess ebenfalls mit *FRACTure* zu behandeln. Der Radontranport in Böden mit vernachlässigbarem Feuchtigkeitsgehalt ist durch folgende Gesetzmässigkeit gegeben (Nazaroff et al.,1988):

$$\underbrace{\frac{\partial I}{\partial t}}_{\text{zeitl.Änderung}} = \underbrace{-\mathbf{v}_l \nabla I}_{\text{Konvektion}} + \underbrace{\nabla(\mathbf{D}_I \nabla I)}_{\text{Diffusivität}} - \underbrace{Z \cdot I}_{\text{Zerfall}} + \underbrace{\bar{f}}_{\text{Quellterm}} \qquad (5.14)$$

mit: I Radon-Gehalt
$\mathbf{D}_I$ Diffusivitätstensor
$\mathbf{v}_l$ Luftgeschwindigkeit
Z Zerfallskonstante

Ein Vergleich mit der Wärmetransportgleichung (3.19) zeigt, dass hier lediglich der Zerfallsterm neu eingearbeitet werden musste. Für den Radontransport durch die Luft werden dieselben Gesetzmässigkeiten wie für den hydraulischen Massentransport angenommen; d.h. die Luftgeschwindigkeiten berechnen sich nach dem Darcy-Gesetz.

Tabelle 5.2

Zusammenstellung der Eingabeparameter für Transportprozesse

Transportprozess	Wärme	Stoff	Radon
instationäre Konst.	ρc	*1*	*1*
Diffusionskonstante	λ	$\boldsymbol{D}_f$	$\boldsymbol{D}_I$
Konvektionsterm	K	K/Φ	K/Φ
Dispersivitätslänge	*0*	*a*	*0*
Zerfall	*0*	*0*	*Z*

Beide, Stofftransport und Radontransport, können bislang mit den 1D und 2D thermischen Elementen berechnet werden. Tab.5.2 stellt die Eingabeparameter für die drei behandelten Transportprozesse gegenüber. Die Strömungsgeschwindigkeiten werden aus dem Druckfeld berechnet, welches aus einer im gleichen Zeitschritt (aber vorher durchgeführten) hydraulischen Simulation stammt; d.h. man benötigt als Eingabe für den Konvektionsterm die dem Material entsprechende hydraulische Leitfähigkeit. Falls für den Stoff- oder Radontransport Partikelgeschwindigkeiten benötigt werden, muss die Leitfähigkeit mit der Porosität gewichtet werden.

5.7 Elastische Kontinuumselemente

Da die Zeitkonstanten der Elastizität in dem für die Gesteinsparameter relevanten Parameterbereich im Bereich von Millisekunden liegen - diese sind somit mehrere Zehnerpotenzen unter denen der Diffusionselemente - können die elastischen Berechnungen stationär durchgeführt werden. Dadurch lässt sich die Rechenzeit natürlich erheblich verkürzen. Die elastischen Kontinuumselemente müssen so nur der stationären elastischen Gleichung genügen, die von einem Kräfte-Gleichgewicht zwischen den inneren und den äusseren Spannungen aus geht. Die Primärvariablen sind die Verschiebungsvektoren mit je einer Komponente pro Raumrichtung. Diese Verschiebungen definieren den Deformationstensor über folgende Beziehung, die für einen 2D Fall dargestellt wird:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right] \tag{5.15}$$

mit: u_i Verschiebung in i-Richtung
ε_{ij} Deformationstensor

Der effektive Spannungstensor wird, wie in Kapitel 3.6.3 gezeigt, durch den Deformationstensor mit einem verallgemeinerten Hookschen Gesetz definiert:

$$\sigma^*_{ij} = c_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} \tag{5.16}$$

mit: σ^*_{ij} effektiver Spannungstensor
c_{ijkl} Steifigkeitsmatrix

Im 2D-Fall ist c_{ijkl} eine Matrix vierten Ranges. Aus Symmetriegründen lässt sich diese in eine Matrix $\mathbf{D}_s$ mit reduziertem Rang überführen. Da $\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21}$ gilt, kann

der Deformationstensor in einen Vektor ε' mit drei Einträgen ebenfalls reduziert werden. Somit lässt sich das stationäre elastische Gleichgewicht zwischen inneren und äusseren Kräften folgendermassen schreiben:

$$\underset{\text{innere K.}}{\mathbf{D}_s \cdot \varepsilon'} = \underset{\text{äussere K.}}{\mathbf{f}} \qquad (5.17)$$

mit: ε' Deformationsvektor
$\mathbf{D}_s$ reduz. Steifigkeitsmatrix
$\mathbf{f}$ Kraftvektor

In der Kopplungslogik besteht eine Aufgabe des Kontinuumselementes in der Berechnung der Spannungsverhältnisse an einer Kluftoberfläche. Eine Änderung der Spannung, die für die hydraulische (und damit thermische) Berechnung grosse Konsequenzen hat, da sie direkt in das nicht-lineare Kluftgesetz eingeht, kann durch folgende Effekte hervorgerufen werden:

- Verschiebung an Kluftoberfläche
- thermoelastische Spannung
- poroelastische Spannung

Die Terme, die die thermo- und poroelastischen Spannungen enthalten und aus den Temperatur- und Druckänderungen berechnet werden, wurden neu entwikkelt. Sie besitzen lediglich Einträge in dem Lösungsvektor **f**. Diese explizite Behandlung ist aber nur deswegen erlaubt, weil das thermische und hydraulische Feld in der Matrix relativ langsam voranschreiten (s. Kapitel 5.4). Für die Knoten, die an der Kluftoberfläche liegen, werden die Verschiebungen an der Kluftwand als innere Dirichlet-Randbedingungen aus der hydraulischen Kluftberechnung übernommen. Die nötigen Eingriffe in die ursprünglich aus *DLEARN* stammende Elementstruktur konnten klein gehalten werden; die Arbeit an diesen Kontinuumselementen reduzierte sich hauptsächlich auf eine Einbindung in das Kopplungsschema von *FRACTure*.

Bei der Berechnung des totalen Spannungszustands in der Matrix muss die Tatsache berücksichtigt werden, dass diese sich nicht nur aus der effektiven Spannungsänderung berechnet. Die totale Spannung beinhaltet jedoch neben diesem Anteil auch die Gebirgsspannung (das ist der primäre Spannungszustand unter ungestörten Bedingungen) sowie die Beträge der thermischen und hydraulischen Spannungen. Es gilt somit:

$$\sigma_{ij}^{tot} = d\sigma_{ij}^{*} + S_{ij}^{G} + S_{ij}^{T} + S_{ij}^{P} \qquad (5.18)$$

mit:
- σ^{tot}_{ij} totale Spannung
- $d\sigma^{*}_{ij}$ effektive Spannung
- S^{G}_{ij} Gebirgsspannung
- S^{P}_{ij} poro-elastische Spannung
- S^{T}_{ij} thermo-elastische Spannung

Zur Klarstellung sei folgender Fall skizziert: In einem Element wird durch eine Temperaturänderung eine Volumenänderung verursacht. Sind die äusseren Spannungen null, so wird den inneren thermischen Spannungen nachgegeben. Ist dieser Körper jedoch andererseits fix eingespannt, so kann keine Deformation erfolgen. Da dann die effektive Spannung ebenfalls null ist, muss im Körper gesamte thermische Spannung herrschen. Anzumerken ist, dass diese Addition von unterschiedlichen Spannungen nur in dem linear elastischen Spannungsbereich gültig ist.

Als sehr vorteilhaft erwiesen sich für die numerische Stabilität einer Spannungsverteilung die neu eingeführten quadratischen Formfunktionen für die Kontinuumselemente. Alle Erweiterungen der ursprünglichen *DLEARN*-Kontinuumselemente beeinflussen nicht deren Anwendung und Einsatzmöglichkeiten.

5.8 Nicht-lineare Elemente

Nicht-lineare Gesetzmässigkeiten drücken sich allgemein durch eine Abhängigkeit der Stoffeigenschaften von dem Wert der Primärvariablen aus. Ändern sich während eines Zeitschrittes die jeweiligen Materialparameter nur wenig, so können diese Effekte explizit behandelt werden, d.h. die Parameter des aktuellen Berechnungsschrittes werden aus den Werten des letzten Zeitschrittes abgeleitet. Der dabei entstehende Fehler kann als vernachlässigbar eingeschätzt werden. Entsteht hingegen ein starker Effekt durch die nicht-lineare Gesetzmässigkeit, d.h. die Materialparameter sind einer grossen Änderung unterworfen, so muss die Berechnung während des Zeitschrittes iterativ erfolgen.

5.8.1 Nicht-lineare Klufthydraulik

Im Fall des hydraulischen Verhaltens einer Kluft handelt es sich um einen starken nicht-linearen Effekt. Das Anwachsen der Strömungsrate mit dem Druck wird von zwei Faktoren bestimmt:

- kubisches Kluftströmungsgesetz (siehe Kapitel 3.4.1)

- Kluftweite ändert sich mit der effektiven Normalspannung

Die Parametereingabe zur Bestimmung des jeweiligen Kluftgesetzes erfolgt gemäss folgender Gleichung (siehe Kapitel 3.4.2):

$$a_h = a_{h0} + \left(\frac{dK_{st}}{d\sigma_n} \right)^{-1} \cdot \ln\left(\frac{\sigma_{n0}}{\sigma_n} \right) \qquad (5.19)$$

mit:
a_{h0} initiale hydraulischen Kluftweite
$(dK_{st}/d\sigma_n)^{-1}$ Steifigkeits-Charakteristik der Kluft
σ_{n0} initiale Normalspannung
σ_n Normalspannung

Die Gültigkeit dieser in *FRACTure* implementierten Gesetzmässigkeit bleibt auf starke kompressive Effektivspannungen beschränkt (unter -1 MPa gemäss Konvention). Auch wurde noch keine Beziehung für Scherspannungen entwickelt (s. Kapitel 3.4.2).

5.8.2 Nicht-linearer Algorithmus

Nicht-lineare Gleichungen werden üblicherweise mit dem Newton-Raphson-Algorithmus iteriert. Dieser zeigt gemäss einschlägiger Literatur (Hughes, 1989) ein sehr gutes Konvergenzverhalten. Allerdings ist die Programmierung dieses Algorithmus sehr zeitintensiv. Daher wurde ein einfacher zu implementierender Relaxationsalgorithmus gewählt. Nach jeder Iteration in einem laufenden Zeitschritt werden die neuen Parameter mit einem Relaxationsfaktor gewichtet. Dieser Wert wird zusammen mit den anderen hydraulischen Zeitkonstanten eingegeben. Das Abbruchkriterium der Iteration ist das Unterschreiten der maximalen Abweichung aller Parameter unter eine Toleranzschwelle.

Dieser Algorithmus konvergiert abhängig von der Angabe für den Relaxationsfaktor und der Toleranzschwelle. Eine akzeptable Konvergenz kann für eine Toleranzschwelle von 10^{-6} bis 10^{-8} gefunden werden, optimale Werte für den Relaxationsfaktor liegen bei etwa 0.8-0.9. Mit diesen Werten findet üblicherweise eine Konvergenz innerhalb von 8-15 Iterationen pro Zeitschritt statt, gegenüber etwa 5 Iterationen für Newton-Raphson-Algorithmen (Hughes, 1989).

Notwendigerweise musste hierzu auch eine spezielle nicht-lineare Treiberroutine geschrieben werden. Diese iteriert alternativ entweder das ganze hydraulische System mit Kluft- und Matrixelementen oder nur die Kluftelemente selber (s.Kapitel 5.4). Erstere Option wird nur aktiviert, wenn man bei der Angabe der maximalen Anzahl der Iterationen den Maximalwert mit *-1* multipliziert. Eine Iteration

des gesamten hydraulischen Systems entspricht zwar dem exakteren Vorgehen, benötigt dafür aber sehr lange Rechenzeiten. Eine Abschätzung des Fehlers der durch eine Iteration nur der Kluftelemente verursacht wird, kann nur spezifisch für jeden Einzelfall angegeben werden. Hohe Matrixpermeationen verursachen natürlich auch grössere Fehler. In den Simulationen, die im Kapitel 7 beschrieben werden, traten mit maximal 10% geringe Unterschiede in den berechneten hydraulischen Leitfähigkeiten auf.

Es ist ohne weiteres möglich, diese Elemente mit anderen nicht-linearen Gesetzmässigkeiten zu versehen. Hierzu müssten nur die Eingabe des Kluftgesetzes und deren entsprechende Funktion verändert werden.

5.8.3 Thermisches Kluftkopplungselement

Wegen der zeitlich variablen hydraulischen Kluftparameter (Öffnung und Leitfähigkeit), die in dem konzeptuellen Aufbau der linearen Elemente nicht vorgesehen sind, musste ein spezielles thermisches Kopplungs-Kluftelement geschaffen werden. Dieses übernimmt von der hydraulischen Berechnung direkt die hydraulische Kluftweite sowie die Partikelgeschwindigkeiten - im Gegensatz zu den anderen thermischen Elementen, die sich die Geschwindigkeiten selber berechnen.

Wie aus Fig.5-10 entnommen werden kann, verursacht ein Anwachsen der hydraulischen Kluftöffnung Δa_h eine Aufweitung der arithmetischen (thermischen) Kluftöffnung um denselben Betrag. Damit ändert sich allerdings das Verhältnis Φ_{a0} zwischen der initialen hydraulischen Kluftöffnung und der initialen arithmetischen Kluftöffnung.

$$\Phi_{a0} = \frac{a_{h0}}{a_{m0}} \qquad 5.20)$$

mit: a_{h0} initiale hydraulischen Kluftweite
a_{m0} initiale mechanische Kluftweite

Die aktuelle thermische Kluftöffnung wird dann folgendermassen aus den bekannten Grössen Φ_{a0}, a_{m0} und a_h (die aktuelle hydraulische Kluftöffnung) berechnet:

$$a_m = a_{m0} \cdot (1 - \Phi_{a0}) + a_h \qquad 5.21)$$

mit: a_m mechanische Kluftweite

Die Eingabe für die Berechnung der thermischen Kluftweite erfordert somit nur die Angaben Φ_{a0} und a_{m0}.

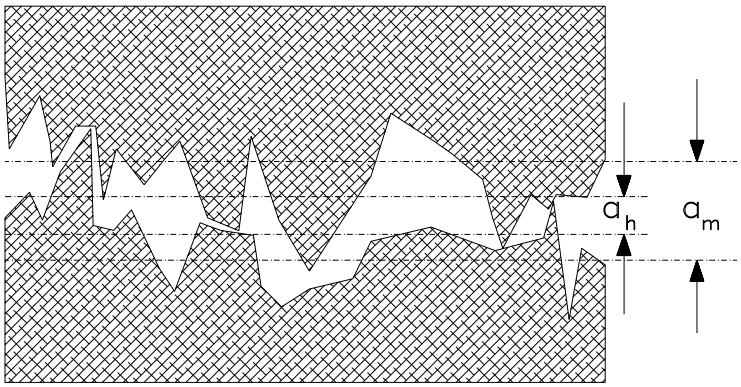


Fig.5-10 Unterschied zwischen der hydraulischen Kluftöffnung a_h und der thermischen (arithmetischen) Kluftöffnung a_m.

6 MASCHENGENERATOR FRAM

6.1 Aufgaben eines Maschengenerators

Ein wesentliches Problem für die FE-Methode ist die Aufstellung des Eingabefiles. Da alleine wegen der unüberschaubaren Grösse ein FE-Eingabefile nicht mehr manuell erstellt werden kann, wird es durch ein, in der Regel vom FE-Code abgekoppelten Programm generiert.

Der grosse Vorteil der FE Methode gegenüber der FD Methode ist die Möglichkeit, die Diskretisierung nicht-rechtwinkliger Geometrien vornehmen zu können. Dies erlaubt eine ökonomische Gestaltung des zu berechnenden Gebietes, was sich durch Maschenverfeinerungen[1] oder eine Maschenanpassung an vorgegebene Strukturen realisieren lässt. Diese speichplatz-einsparende Option erweist sich besonders für 3D Berechnungen als sehr wichtig. Nachteilig wirkt sich für diese relativ freie Diskretisierung die Tatsache aus, dass nur relativ komplizierte Prozeduren diese überhaupt erstellen können. Eine rechtwinklige Diskretisierung hingegen erlaubt meistens noch eine manuelle Berabeitung des numerischen Eingabefiles durch den Benutzer.

Ein FE-Maschengenerator muss in erster Linie zwei Aufgaben übernehmen: erstens müssen die Knoten entsprechend den Anforderungen der jeweiligen Modellierung angeordnet werden, zweitens muss durch diese Knotenverteilung ein für die Materialwerte geeignetes und mit korrekter Knotennummerierung versehenes Maschennetz gelegt werden. Die einfachsten 2D Maschenstrukturen sind Dreiecke, mit denen selbst komplizierte Geometrien einfach dargestellt werden können. Dies kann mit dem von Watson (1982) veröffentlichten Dreiecksmaschen-Generator leicht durchgeführt werden. Leider sind diese Dreieckselemente im Vergleich zu vierseitigen Elementen in Speicherbedarf und Rechenzeit nicht sehr ökonomisch, sodass der Schwerpunkt der Entwicklungsarbeit auf die Generierung vierseitiger Maschen gelenkt wurde. Für dreidimensionalen Maschengenerierung gilt ähnliches, auch hier sind die Elemente mit einer Hexaeder-Form den Tetraedern zu bevorzugen, obwohl sich letztere einfacher generieren lassen.

---

1 Der Begriff "Masche" wird in der Folge für eine geometrische Figur gebraucht, hingegen ist das Wort "Element" immer im Zusammenhang mit der FE-Berechnung zu sehen.

Um in der Lage zu sein, dieselben Problemfälle zu definieren, die von dem Finite Element Programm bearbeitet werden können, müssen noch weitere Anforderungen an einen Maschengenerator gestellt werden. Drei Aspekte werden dabei herausgegriffen:

- Unterschiedliche Teilgebiete erfordern verschiedene Elementtypen: Man benötigt in einem Gebiet quadratische Elemente wegen einer höheren Flexibilität und in einem anderen Gebiet lineare Elemente wegen des sparsamen Knotenbedarfs.
- Unterschiedlich dimensionierte Elemente müssen miteinander verknüpft werden: eine bestimmte Modellierung erfordert kleiner dimensionierte Kluftelemente, die sich an den Oberflächen von grösser dimensionierten Matrixelementen befinden.
- Unterschiedliche physikalische Prozesse erfordern verschiedene Maschenstrukturen: Dies kann z.B. in einer gekoppelten hydro-thermischen Simulation durch Injektion von kaltem Wasser in ein warmes Kluftsystem verursacht werden. Zur Simulation des hydraulischen Prozesses benötigt man in der Nähe des Injektionspunktes eine feine Diskretisierung, um die dabei auftretenden hohen Druckgradienten mit ausreichender Genauigkeit darstellen zu können. Da diese Druckgradienten hohe Strömungsgeschwindigkeiten hervorrufen, ergeben sich für die thermische Berechnung weitreichende Konsequenzen, denn dadurch werden die Peclet- und Courantzahlen (siehe Kapitel 5.6.3) ebenfalls vergrössert. Kann die Beschränkung der Pecletzahl mit Hilfe des Defekttermes umgangen werden (Kapitel 5.6.4), so erfordert die Courantzahl-Beschränkung für das thermische Maschennetz im Gegensatz zum hydraulischen Netz relativ grobe Gitterabstände.

Aus diesen Erwägungen lässt sich unschwer erkennen, dass ein Maschengenerator für Modelle, welche viele der *FRACTure* Merkmale enthält, eine sehr umfangreiche Struktur annehmen muss.

6.2 Allgemeine Eigenschaften

Das Programm *FRAM* (FRACTure Maschen Generator) erstellt ein Eingabefile in dem von *FRACTure* geforderten Format. *FRAM* ist derart konzipiert, dass sich manuelle Veränderungen an dem Eingabefile auf ein Minimum beschränken

(Austauschen von Materialeigenschaften einzelner Elemente, Ausgabeoptionen, ...). Diese lassen sich durch die zusätzlichen Beschreibungen jedes einzelnen Datensatzes im *FRACTure*-Eingabefile leicht vornehmen.

FRAM musste parallel zu den Erweiterungen in *FRACTure* entwickelt werden, um jede Neuerung im FE-Code testen zu können. Zur transparenten Gestaltung des Codes war von Zeit zu Zeit auch eine vollständige Neukonzeption der Programmstruktur verbunden. Aufgrund der vielen Optionen und Checkroutinen nahm das Programm einen ca. 10000 Programmzeilen grossen Umfang an.

Das Programm läuft in zwei verschiedenen Moden: interaktiv mit Bildschirmeingabe oder mit Steuerung über eine Eingabedatei. Dieses "Default"-File ist so gestaltet, dass es in die in Zukunft geplante Menüsteuerung eingearbeitet werden kann, welche die Eingabeprozedur bedeutend komfortabler gestalten wird. Da der interaktive Modus für grössere Probleme sehr zeitintensiv ist und sich bei falschen Eingaben nur noch abbrechen lässt, ist die Bearbeitung mit dem Default-File zu bevorzugen. Ein solches File wird übrigens auch bei jeder Generierung in beiden Moden automatisch erstellt. Es ist mit Beschreibungen jedes einzelnen Datensatzes ausgerüstet und kann daher mit etwas Erfahrung leicht manuell verändert werden.

In *FRAM* kann die Diskretisierung mit eindimensionalen Maschen, mit zweidimensionalen vier- und dreiseitigen Maschen oder mit dreidimensionalen, sechsseitigen Maschen vorgenommen werden. Diese können so strukturiert werden, dass sich Verfeinerungen um Zentren vornehmen lassen. Alle im vorigen Kapitel genannten Anforderungen an einen Generator können mit diesem Programm erfüllt werden. So ist es derart konzipiert, dass jedes physikalische System seine eigene Maschenstruktur besitzen kann und dass niederdimensionierte Kluftelemente auf die Oberfläche eines höherdimensionierten Matrixelementes gelegt werden können. Ausserdem erwies es sich als sehr vorteilhaft, einige weitere Optionen zu implementieren, damit Verschiebungen und Drehungen des ganzen Gebietes oder Teile desselben vorgenommen werden können, Kreise oder Ellipsen integriert werden können, oder auch einzelne Elemente ausgeschnitten und mit neuen Materialparametern belegt werden können.

Bei Ausnutzung der Option, unterschiedliche Maschen für unterschiedliche Prozesse zu generieren, ist darauf zu achten, dass dann eine Kopplung nur noch bedingt durchführbar ist. Eine vollständige Kopplung ist nur bei identischen

Diskretisierung für alle Systeme möglich. Benötigt man z.B. während einer thermischen Berechnung an einem Punkt die Partikelgeschwindigkeit, so müssen dort eben auch hydraulische Informationen vorliegen.

6.3 Maschengenerierung und Aufbau

Das Programm arbeitet mit derselben 'Pointer'-Technik wie *FRACTure*, d.h. die Dimensionierung der einzelnen Felder erfolgt dynamisch. Wird das Programm auf eine andere Anlage transferiert, so muss dort lediglich der Parameter *'mtot'* (=Anzahl der belegbaren Wörter) im Hauptprogramm verändert werden. Vorgaben über die Grösse der einzelnen Arrays können in einem Konfigurationsfile eingegeben werden. In Abhängigkeit von den drei initialen Angaben - zeitliche Berechnungsart (stationär/instationär), aktive physikalische Systeme, Dimension des zu diskretisierenden Gebietes - werden diese Arrays endgültig programmintern eingestellt. Wird im Laufe der Generierung festgestellt, dass eine Grösse zu klein gewählt ist, erfolgt ein Abbruch mit Fehlermeldung. Notwendigerweise müsste dann die entsprechende Vorgabe im Konfigurationsfile korrigiert werden.

Die Maschengenerierung wird von einer Treiberroutine übernommen, die den eigentlichen Kern des Programms darstellt. Daher wird sie in dem Folgekapitel etwas detaillierter beschrieben. Wie in Fig.6-1 dargestellt, wird die Generierung grundsätzlich von den grösseren Strukturen zu den kleineren Strukturen hin ausgeführt. So müssen am Anfang die Ausmasse des gesamten, rechtwinkligen Raumes bekannt sein. Dieser wird durch eine Grobdiskretisierung in ebenfalls noch rechtwinklige Unterräume eingeteilt. Jeder dieser Unterräume besitzt seine eigene Maschenstruktur, die die Feindiskretisierung in einem Arbeitsgang durchführt und die eine nicht rechtwinklige Maschenverfeinerung in eine beliebige Richtung ermöglicht.

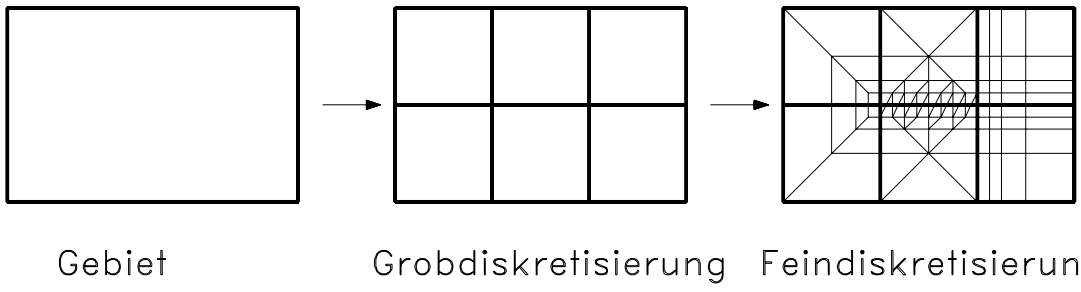


Fig.6-1 Eine Generierung geschieht immer von den gröberen zu den feineren Strukturen. Die mittlere Abbildung zeigt die verschiedenen Unterräume, die rechte Abbildung enthält bereits die Maschenstruktur.

Es stehen zur Zeit drei mögliche Maschenstrukturen zur Verfügung, die in der Folge anhand besser darstellbarer, zweidimensionaler Beispiele dokumentiert werden. Ausserdem besitzt jede Struktur eine Nummer, die eine einfache Identifikation im Programmablauf erlaubt.

- trapezförmige Struktur: Diese dient einer Verfeinerung um ein punktförmiges Zentrum mit vierseitigen Maschen. Sie besitzt eine charakteristische Nummer 100. Ihre entsprechende 3D Struktur ist ein Pyramide mit abgeschnittener Spitze.

- rechtwinklige Struktur: Sie wird zum gleichmässigen Ausfüllen eines Raumes oder auch zu einer Verfeinerung um ein Zentrum gebraucht, wobei nur vierseitige Maschen benutzt werden. Ihre Nummer ist 200. In einer 3D Berechnung besitzt sie eine Quaderstruktur.

- dreieckige Struktur: Sie dient einer Verfeinerung zu einer Seite und wurde speziell für die Maschen entwickelt, die an eine Kluft angrenzen. Diese Struktur enthält vier- und dreiseitige Maschen. Ihre Nummer ist 400. Zur Zeit exisiert noch keine entsprechende 3D Struktur.

Die Lage des Zentrums der Verfeinerung (entweder an einer Ecke oder an einer Seite des Unterraumes) kann durch Addition einer weiteren Zahl zur Strukturnummer auf einfache Weise bestimmt werden. Die Festlegung erfolgt in der 2D Generierung durch die Zahlen 1 bis 4 in einer Reihenfolge, die sich von unten (*y=min*) anfangend im Gegenuhrzeiger-Sinn dreht. Fig.6-2 erläutert diesen Zusammenhang und gibt einen Überblick über die momentan zur Verfügung stehenden 2D-Maschenstrukturen.

Aus Fig.6-3 sind die zur Verfügung stehenden 3D-Strukturen ersichtlich. In einer 3D Generierung laufen die das Zentrum charakterisierende Zahlen von 1 bis 8. Die Reihenfolge ist ebenfalls im Gegenuhrzeiger-Sinn wie in der 2D Generierung, nur beschreiben die ersten vier Zahlen das Zentrum unten (z = min) und die zweiten vier Zahlen das Zentrum oben (*z = max*).

Die Koordinaten der Unterräume können aus der Maschenstrukturnummer und den Seitenkoordinaten berechnet werden. Zur Vermeidung einer unnötigen Umrechnung beziehen sich die Seitenkoordinaten auf ein lokales Koordinatensystem, dessen Ursprung links unten (*x=min, y=min, z=min*) in jedem Unterraum ist. In der weiteren Anwendung hat es sich als sehr praktisch erwiesen, für einen Unterraum eine globale Verfeinerung um einen konstanten Faktor durchzuführen. So erlaubt eine zusätzliche Verfeinerung um einen Faktor "2" auf einfache

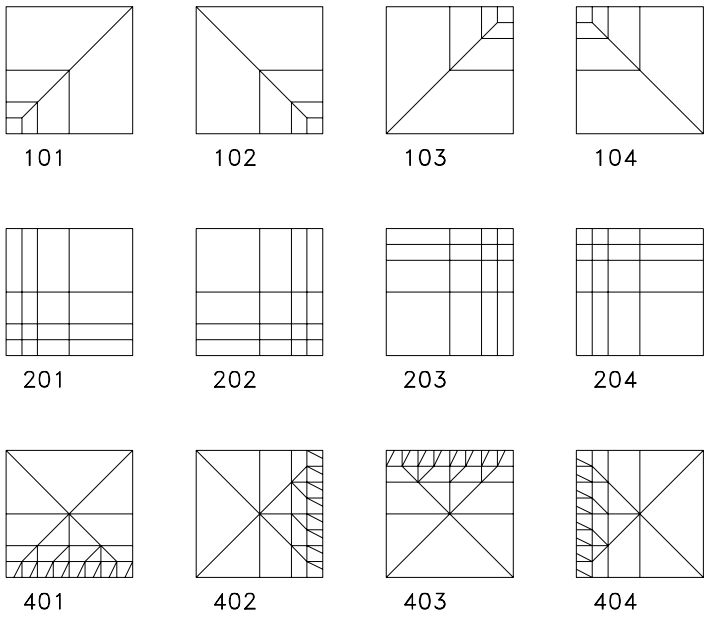


Fig.6-2 Darstellung der existierenden 2D Maschenstrukturen in FRAM mit Angabe der jeweils charakterisierenden Strukturnummer. In der obersten Zeile sind die trapezförmigen, in der mittleren Zeile die rechteckigen und in der unteren Zeile die dreieckigen Strukturen dargestellt.

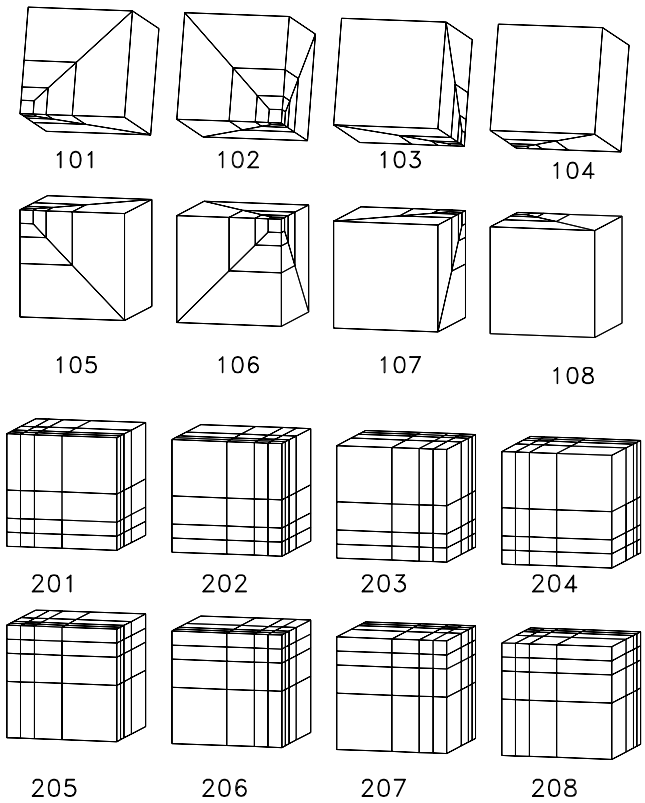


Fig.6-3 Darstellung der in FRAM verfügbaren 3D Maschenstrukturen. In den oberen zwei Reihen sind die trapezförmigen und in den unteren zwei Reihen die rechteckigen dreieckigen Strukturen dargestellt.

Art, Maschen für quadratische Elemente zu generieren. Auf jeden Fall muss gewährleistet sein, dass die Berandung eines Unterraumes glatt an den benachbarten Unterraum anschliesst, wie dies auch in Fig.6-1 dargestellt ist.

Die Reihenfolge der Knotendurchzählung lässt sich mit einem speziell auf den Lösungsalgorithmus von *FRACTure* angepassten Verfahren optimieren. Wie allgemein üblich, wurde die Methode nach Cuthill-McKee (Cuthill, 1972) in *FRAM* implementiert. Dieses Verfahren ist u.a. in Schwarz (1981) dokumentiert, der dieses Verfahren speziell auf einen FE-Maschengenerator angepasst hat. Allerdings hat dieses den gravierenden Nachteil, sehr zeitintensiv zu sein, so benötigt die Optimierung eines 2500 Knoten 3D-Modells auf einem 486er PC ungefähr *20 min* . Es ist geplant, in Zukunft das bereits vorliegende Verfahren nach Gibbs et al (1976a) in *FRAM* zu integrieren, welches vergleichbare Optimierungsresultate in einer viel schnelleren Zeit erzielt (Gibbs et al, 1976b).

Am Ende der Maschengenerierung werden alle Daten in das *FRACTure*-Eingabefile ’INPUT.DAT’ ausgegeben. Ausserdem wird über jeden einzelnen Datensatz noch einen Kopf erstellt, welcher die Bedeutung der einzelnen Variablen analog zur *FRACTure* Eingabeschreibung (Kohl, 1992a) erläutert. Fügt man später manuell Veränderungen in das Eingabefile, so können diese auch durch Voransetzen eines Kopfes (mit ’*’ oder ’C’ am Zeilenanfang) komentiert werden. Weitere Ausgabedateien können zur Weiterverarbeitung und Visualisierung beim Pre- oder Postprocessing in den Graphikprogrammen AUTOCAD oder TECPLOT benutzt werden. Ein Beispiel dieses Preprocessing ist in der Figur A-1 im Anhang zu sehen.

Beim Arbeiten und Entwickeln eines komplizierten 3D-Modells empfiehlt es sich grundsätzlich, zuerst ähnlich gelagerte, aber einfachere 1D- und 2D-Problematiken zu behandeln und diese dann mittels der Visualisations-Programme, speziell mit der für AUTOCAD geschriebenen Lisp-Routine PREPRO.LSP, auszuplotten und zu untersuchen. Später kann man dann mit dem eigentlichen 3D-Modell fortfahren, welches wegen dem perspektivischen Durchleuchten des Körpers nicht mehr einfach in AUTOCAD zu analysieren ist.

6.4 Programmstruktur

6.4.1 Struktur des Hauptprogramms

Das Hauptprogramm von *FRAM* besitzt nur die Funktion, den Speicherplatz zu belegen und die einzelnen Treiberroutinen aufzurufen. Diese sind parallel zur Beschreibung aus dem vorigen Kapitel angeordnet. Diese Struktur ist in der Fig.6-4 unter Angabe der einzelnen Schritte dokumentiert.

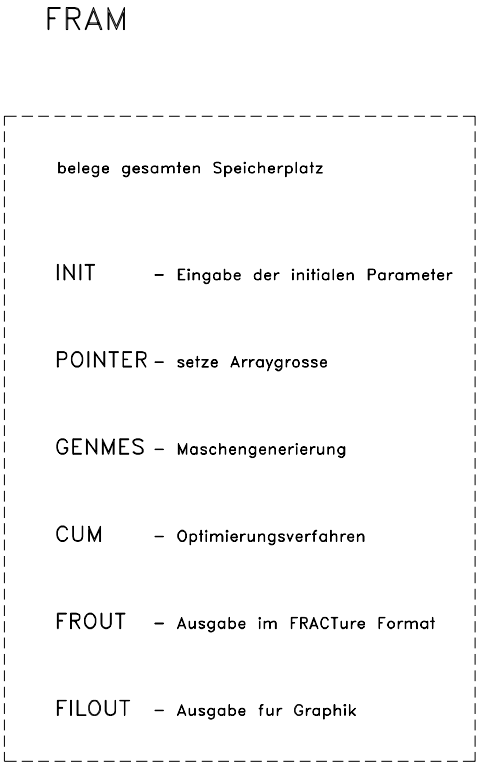


Fig.6-4 Schematische Darstellung des Hauptprogramms FRAM mit seinen Treiberroutinen

6.4.2 Maschengenerierung durch GENMES

Die eigentliche Maschengenerierung in *FRAM* wird von der Treiberroutine GENMES übernommen. Die Funktionsweise dieses Treibers ist auf Fig.6-5 zu dargestellt. Auf die im Kapitel 6.3 beschriebene Art und Weise wird hier zunächst eine grobe rechtwinklige Unterteilung des gesamten Raumes vorgenommen und dann die Feindiskretisierung für die so entstandenen Unterräume durchgeführt. Letzteres erfolgt von der untergeordneten Treiberroutine INSTAT1, die dabei die Erstellung des globalen Knotenfeldes und die für jede Differentialgleichung spezifischen Elementarrays aufbaut. Daher muss diese untergeordneten Routine auch in einer doppelten Schleife über die Anzahl der Unterräume und über die Anzahl der physikalischen Systeme laufen. Jeder Masche wird intern ein Ele-

menttyp zugeordnet. Diese Kodierung enthält Informationen über die Materialparameter, Ansatzfunktionen, Dimension und Kopplungseigenschaften. Diese Angaben sind an mehreren Stellen des Programms von Nutzen, wobei besonders die Check- und die Ausgaberoutinen genannt seien.

Nachdem die Maschen aller Unterräume gebildet sind und auf doppelte Knoten an der Berandung der Unterräume geprüft sind, werden weitere globale Dateneingaben durch INSTAT2 vorgenommen. Diese setzt z.B. die Randbedingungen und führt Koordinatentransformationen durch (Änderung der aktuellen Koordinaten in eine kreisförmige oder geneigte Anordnung für den gesamten Körper oder Teile desselben). Die Erstellung einer nicht-rechtwinkligen Knotenanordnung findet in *FRAM* grundsätzlich immer über den Umweg des Aufbaus eines rechtwinkligen Grobgitters statt. Die Randbedingungen werden pro aktivem Freiheitsgrad in derselben Reihenfolge wie in *FRACTure* gesetzt: Hydraulik, Thermik und die drei möglichen elastischen Verschiebungsrichtungen. Ebenfalls von hier aus wird die Eingabe der Elementparameter durch die Unterroutine ELEPAR gesteuert. Hier werden u.a. die Kluftelemente üblicherweise in den vorher bereits verdichteten Teilen einzelner Unterräume gebildet.

Bei instationären Berechnungen werden die benötigten Einleseroutinen von INDYN gesteuert. Hier erfolgt die Festlegung der Anfangswerte jeder Primärvariablen, einer Kraft-Zeit Funktion, der Zeitsequenzen mit den darin enthaltenen Zeitschritten und der Monitorknoten, bzw der Monitorelemente.

Fig.6-5 Flussdiagramm der Treiberroutine GENMES mit den ihr untergeordneten Routinen

7 MODELLIERUNG

7.1 Einleitende Betrachtungen

Das Ziel dieser Modellierung ist primär, die Möglichkeiten und Anwendungsbreite von *FRACTure* aufzuzeigen. Als Beispiel wurde das Problem eines zweidimensionalen, aus einem einzigen Riss bestehenden "HDR Systems" gewählt. Diese Untersuchung versucht in mehreren Simulationsberechnungen Effekte zu evaluieren, die im Systemverhalten des Reservoirs während eines Langzeitversuches auftreten. Diese Zielsetzung erlaubt die Annahme, dass zu Beginn der Modellierung die Stimulationsphase des HDR Reservoirs mit lateralen Rissaufweitungen abgeschlossen ist. Auch dürfen während der Operationsdauer nur solche Spannungszustände auftreten, die die Grösse des Systems stabil halten und keine weiteren lateralen Rissaufweitungen zulassen.

Die Ergebnisse dieser Simulationen dienen einerseits dazu, die Relevanz bestimmter Parameter und physikalischer Mechanismen aufzuzeigen, andererseits können sie der Vorbereitung dreidimensionaler Fallstudien dienen. Es erschien unbedingt nötig, zunächst gut recherchierbare 2D Berechnungen durchzuführen, da die Komplexität einer Modellierung, welche alle drei physikalischen Prozesse (Hydraulik, Thermik, Felsmechanik) nebst ihren Kopplungsmechanismen umfassen, nachprüfbare und zuverlässige Ergebnisse erfordert. Unter demselben Gesichtspunkt erfolgte auch die Auswahl der Rissanordnung. Sie entspricht nicht den wahren Verhältnissen in geklüftetem Gestein und dient lediglich als Vergleichsbasis für komplexere Systeme. Diese Rissgeometrie darf kein Gemisch unterschiedlicher Effekte hervorrufen, die nicht mehr auseinandergehalten werden können, sondern sollte ein überschaubares Ergebnis für jede Einzelheiten aufzeigen.

Unter Berücksichtigung dieser Überlegungen lassen sich die in der Folge gezeigten Resultate nicht zwingenderweise auf das wahre dreidimensionale Langzeitverhalten eines komplexen Reservoirs übertragen. Es ist in einer zukünftigen Phase vorgesehen, konkrete Aussagen für HDR-Systeme durch dreidimensionale Modellierungen zu machen.

Die Berechnung wurde für eine senkrechte Einzelkluft durchgeführt, welche von einer *10 km*^{2} grossen Gesteinsmatrix umgeben ist. In Fig.7-1 kann man die Lage der Kluft erkennen. Die gesamte Kluftlänge ist *200 m*, wobei die Hauptströmung zwischen Einpress- und Förderpunkt (bzw. in der 2D Berechnung zwischen

Tabelle 7.1
Materialeigenschaften für Matrix, Fluid und Riss

Material	**Eigenschaft**	**Einheit**	**Wert**
Matrix	Permeabilität	[m^2]	$6 \cdot 10^{-18}$
	Speicherkoeffizient	[Pa^{-1}]	$3 \cdot 10^{-11}$
	Porosität		1%
	Poisson Verhältnis		0.25
	Elastizitätsmodul	[Pa]	$3 \cdot 10^{10}$
	Biot Konstante		0.4
	linearer Expansionskoeffizient	[K^{-1}]	10^{-5}
	Dichte	[kg/m^3]	2650
	Spezifische Wärmekapazität	[J/K kg]	850
	Wärmeleitfähigkeit	[J/K m s]	2.8
Fluid T = 100˚C	Dynamische Viskosität	[Pa s]	$3 \cdot 10^{-4}$
	Fluid Kompressibilität	[Pa^{-1}]	$5 \cdot 10^{-10}$
	Dichte	[kg/m^3]	970
	Spezifische Wärmekapazität	[J/K kg]	4220
	Wärmeleitfähigkeit	[J/K m s]	0.6
Riss	Speicherkoeffizient	[Pa^{-1}]	10^{-7}
	charakterist. Steifigkeitskoeffizient	[m^{-1}]	$59 \cdot 10^{-3}$
	hydr. Kluftöffnung unter Anfangsbedingungen	[m]	$100 \cdot 10^{-6}$
	hydr. Leitfähigkeit unter Anfangsbedingungen	[m^2/Pa s]	$7.0 \cdot 10^{-7}$
	Mittlere Kluftöffnung unter Anfangsbedingungen	[m]	$500 \cdot 10^{-6}$

Einpress- und Förderlinie) auf den mittleren *100 m* stattfindet. Der Ursprung des lokalen (x,z) Koordinatensystems wurde in die Kluftmitte gelegt. Der Injektionspunkt liegt somit auf Punkt (0,-50) und der Extraktionspunkt auf (0,50). Die Kluftlage erlaubt es, aufgrund der Symmetrieachse längs der Kluftebene, nur die Seite rechts dieser Fläche zu berechnen. Da die Tiefe von Kluft und Matrix mit *1 m* angenommen wird, können die Strömungsdaten einfach extrapoliert werden, denn die Ein- wie auch Ausströmung wird sich um denselben Faktor erhöhen, mit dem man die Tiefe multipliziert. Die Werte der Primärvariablen, d.h. Druck, Temperatur und Verschiebungen bleiben davon unberührt. Die initiale Rissöffnung wurde auf 100 μm angenommen. Diese ist jedoch variabel und stellt einen minimalen Wert dar. Sie kann sich in Übereinstimmung mit dem logarithmischen Kluftöffnungsgesetz aus Kapitel 2 bei verändertem Matrixdruck bzw. veränder-

tem Innendruck vergrössern. Aufgrund einer falschen Überlegung bei der Festsetzung der Symmetrierandbedingung entspricht die hydraulische Leitfähigkeit unter Anfangsbedingungen nicht dem Wert, der sich aus Gl.(3.27) berechnet.

Die kompressive Gebirgsspannung senkrecht zur Rissfläche wird mit *10 MPa* (oberhalb des Porendruckes) angenommen. Dies entspricht ungefähr den Bedingungen, wie sie in dem englischen HDR Testgelände Rosemanowes (Cornwall) in *2.0-2.5 km* Tiefe angetroffen werden. Die Stoffeigenschaften werden für jede der drei Materialien Matrix, Fluid und Riss homogen angenommen, sie sind in Tabelle 7.1 widergegeben.

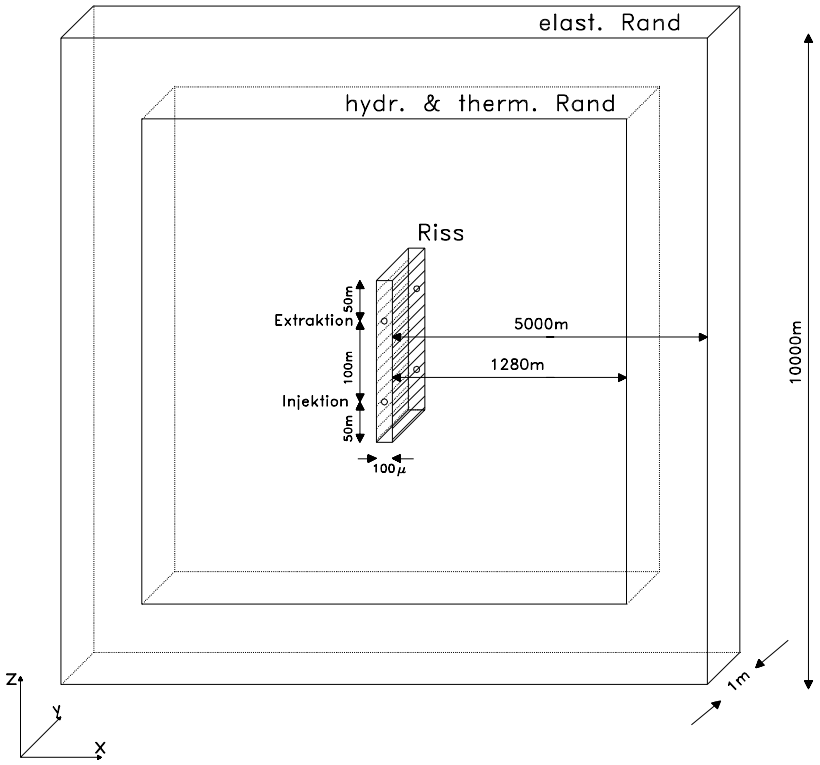


Fig.7-1 Lage und Grösse von Kluft und Matrix in einer perspektivischen Gesamtansicht. Der Ursprung des Koordinatensystems liegt in der Kluftmitte. Die Abmessungen der Randbedingungen jedes physikalischen Prozesses wird im Kapitel 7.2 begründet.

7.2 Physikalische Mechanismen

7.2.1 Allgemeine Kopplungsbeschreibung

Dieser ersten Phase der Modellierung liegt ein gekoppeltes 2D-Modell mit Injektion und Extraktion aus einem vertikalen Riss für die Dauer von 30 Jahren

zugrunde. Drei mögliche elastische Kopplungsmechanismen können das Systemverhalten beeinflussen: Rissdeformationen, poroelastische und thermoelastische Effekte in der Matrix. Um diese Effekte im einzelnen bewerten zu können, werden sie in unterschiedlichen Simulationsstufen schrittweise zugeschaltet. Die thermo-hydraulische Kopplung ist in allen Berechnungen aktiviert. Dabei wird angenommen, dass Temperatur und Druck an der Injektion während des Langzeitversuches nicht variieren. Folgende Reihenfolge wurde für die sukzessive Kopplungsaktivierung gewählt, wobei jede neue Simulation eine Erweiterung darstellt und alle Mechanismen des vorhergehenden Schrittes beinhaltet:

i) starrer Riss

ii) Rissöffnung in Abhängigkeit des hydraulischen Druckes

iii) Elastische Matrix-Rückstellkräfte

iv) Poroelastische Matrixkräfte

v) Thermoelastische Matrixkräfte

Diese Kopplungsmechanismen seien in der Folge grob umschrieben: Die Berechnung eines starren Risses *i)* betrachtet nur eine thermo-hydraulische Kopplung, ihre Form ist im Laufe der Zeit keinerlei Veränderungen unterworfen. In einer nächsten Stufe *ii)* werden die Veränderungen im System berechnet, welche durch eine druckabhängige Rissweite (logarithmische Gesetzmässigkeit) hervorgerufen wird. Diese veränderte Rissweite verursacht auch eine Änderung der Normalspannung, welche von elastischen Rückstellkräften der Matrix hervorgerufen wird (Simulationstufe *iii*). Es hat sich in den Berechnungen gezeigt, dass diese Spannungsänderungen unbedeutend sind und die Ergebnisse von *ii)* und *iii)* identische Rissöffnungen liefern. Deswegen wird der Fall *ii)* in dem folgenden Kapitel 7.4 nicht weiter diskutiert.

Die Normalspannung auf die Rissoberfläche wird jedoch auch von dem Geschehen in der Matrix selber beeinflusst. Hier baut sich zunächst ein Porendruck auf, der in der Simulation *iv)* berücksichtigt wird. Der letzte Simulationsschritt *v)* beinhaltet zusätzlich noch den Effekt von thermischen Spannungen aufgrund von Gesteinsabkühlung.

Die Aussagen einer alle diese Mechanismen umfassenden Simulation berücksichtigen insbesondere den Matrixeinfluss auf das Rissverhalten und lassen somit Rückschlüsse auf die Produktivität einer HDR-Anlage zu.

7.2.2 Hydraulische Prozesse

Der wichtigste Antrieb dieses "HDR-Systems" ist der hydraulische Druck am Injektionspunkt. Dieser bleibt während der Dauer jeder Berechnung eine konstante kontrollierbare Grösse (anstatt der Injektionsrate), es werden keine Rückkopplungen anderer Mechanismen auf diese Grösse zugelassen. Zur Vereinfachung aller hydraulischen Betrachtungen wird der Druck immer als hydraulischer Überdruck behandelt (oberhalb des effektiven hydrostatischen Druckes). In der Realität wie auch in dieser Simulation muss sich der Einpressdruck nach den geologischen Spannungsverhältnissen richten. Da für die Dauer des Langzeitversuches eine Rissausweitung ausgeschlossen wurde, muss deren Wert derart dem Gebirgsdruck angepasst sein, dass die effektive Normalspannung negativ bleibt; d.h. der Überdruck am Injektionspunkt muss kleiner als die Normalspannung sein, welche im allgemeinen als die kleinste Horizontalspannung angesehen werden kann und dessen Grösse unter ungestörten Bedingungen *10 MPa* oberhalb des Porendruckes festgesetzt wurde.

Die Grösse des hydraulischen Injektionsdruckes wurde für die einzelnen Simulationsschritte unterschiedlich festgelegt. Für die Berechnungen ohne Matrixeinfluss wurde er auf *8 MPa* (= *80 bar*) gesetzt und verursacht damit eine maximale effektive Normalspannung von *-2 MPa*. Berechnungen, die den Einfluss der thermisch verursachten Zugkräfte berücksichtigen, verlangen eine Reduktion des Injektionsdruckes z.T. bis auf *4 MPa*. Der Extraktionspunkt wird in allen Simulationen als offen angenommen, er liegt somit auf hydrostatischem Druck (mit *0 MPa* Überdruck).

Die Randbedingungen für das hydraulische System kann der Fig.7-2 entnommen werden. Für die äusseren Berandungen des Systems wird angenommen, dass sie von grossen Klüften beeinflusst sind. Diese leiten den injizierten Druck derart gut ab, dass der hydraulische Einfluss des Injektionspunktes keinen Effekt mehr hat. Diese sind in der Folge für die Fluidverluste des Systems verantwortlich. Die Entfernung dieser äusseren Kluftzonen von dem Riss ist mit mindestens *1 km* angenommen. Für das numerische System wird hier der hydraulische Überdruck also auf *0 MPa* gesetzt, das entspricht der Dirichlet-Randbedingung. Das Druckfeld in der Rissnähe wird von dieser Randbedingung jedoch nicht mehr beeinflusst. Die Symmetrieebene durch die Rissachse verlangt, dass keine Strömung senkrecht zu dieser stattfindet (Neumann-Randbedingung). Lediglich die Injektions- und Extraktionspunkte bilden hier mit den definierten Druckrandbedingungen eine Ausnahme.

Mit den gewählten Materialparametern ist der Druckaufbau in der Matrix nach etwa 2-3 Jahren abgeschlossen. Im Riss hingegen hat das Druckfeld bereits *3 h* nach Injektionsbeginn seinen stationären Zustand erreicht, welcher durch einen linearen Druckgradienten zwischen Injektions- und Extraktionspunkt sichtbar wird. Abweichungen von dieser Linearität entsprechen Permeationsverlusten in die Matrix und sind umso grösser je geringer die Unterschiede zwischen den Leitfähigkeiten von Riss und Matrix sind (siehe auch Anhang B). Die Strömungsgeschwindigkeiten im Riss zwischen Injektion und Extraktion liegen in der Grössenordnung von $10^{-2}\ m\ s^{-1}$, die maximale Strömungsgeschwindigkeit in der Matrix befindet sich bei den Injektions- und Extraktionspunkten und ist etwa $10^{-11}\ m\ s^{-1}$.

7.2.3 Thermische Prozesse

Da die absoluten Temperaturwerte für die Modellierung des thermischen Systems unerheblich sind, wird im folgenden nur die Rede von der Temperaturdifferenz zur ungestörten Gebirgstemperatur sein. Die Temperatur des einströmenden Wassers wird genau wie der Druck an dieser Stelle während einer Simulation als konstante Grösse angenommen. Aufgrund der thermisch induzierten Zugspannungen im Gebirge, welche die effektive Normalspannung erhöht, musste die Grössenordnung der einströmenden Temperatur vorsichtig festgelegt werden. Es bedurfte mehrerer Testberechnungen bis die Temperaturdifferenz des einströmenden Fluids auf $50^{\circ}C$ festgesetzt werden konnte. Diese Annahme ist auch als Betriebsparameter eines realen Langzeitversuchs realistisch.

Das thermische Verhalten wird im Riss von der Wärmeadvektion dominiert, hingegen in der Matrix alleine durch die Wärmeleitung bestimmt. Selbst bei einem hohen Injektionsüberdruck von *8 MPa* ist der Einfluss der Matrixadvektion vernachlässigbar gering. Diese unterschiedliche Wichtung der Wärmemechanismen führt zu einem komplizierten thermischen Verhalten, welche eine in der HDR-Literatur häufig vorgenommene eindimensionale Temperaturextrapolation problematisch erscheinen lässt.

Die äusseren Randbedingungen des thermischen Systems entsprechen denen der Hydraulik. Die Kluftzonen, die sich in *1 km* Entfernung von dem Riss befinden, verursachen durch die dort zirkulierenden Fluide eine ungestörte Gebirgstemperatur. Da der stationäre Zustand des thermischen Feldes bei allen Berechnungen nie erreicht worden ist und womöglich erst nach mehreren hundert Jahren erreicht wird, ist die Festsetzung dieser Dirichlet-Randbedingung

hier absolut unkritisch. Die Randbedingung an der Symmetrieebene wird mit Ausnahme des Injektionspunktes mit der Neumann-Randbedingung behandelt (siehe Fig.7-2). Die Temperatur des Extraktionspunktes stellt eine wesentliche Information zur Bestimmung der zu entziehenden Wärmeenergie dar.

7.2.4 Elastische Prozesse

Die Elastizität besitzt keinen konstanten Antriebsparameter, sondern reagiert lediglich auf die drei, in unterschiedlichen Simulationsstufen aktivierten, elastischen Kopplungsmechanismen. Diese stellen unterschiedliche Spannungsquellen dar (Rückstellspannung aufgrund von Verschiebungen der Kluftwände und Volumenspannung aufgrund eines Porendruckanstiegs und einer thermischen Auskühlung), welche eine Störung des Kräftegleichgewichtes im inneren der linear elastischen Matrix verursachen. Die relevante Auswirkung dieser elastischen "Reaktion" im Kopplungsprozess ist die Grösse der Veränderung der Normalspannung senkrecht zur Rissfläche. Diese Veränderung geht über das logarithmische Kluftöffnungsgesetz in die hydraulische Leitfähigkeit des Risses ein.

Die in diesen Modellierungen auftretenden primären Antriebsmechanismen für das elastische Spannungsfeld in der Matrix stammen von den poro- und thermoelastischen Volumenkräften. Beide Kräfte produzieren gegengerichtete Kräfte: die Poroelastizität verursacht durch den Anstieg des Porendruckes in der Matrix Druckkräfte (genauso wie die in diesen Berechnungen bedeutungslosen, elastischen Rückstellspannungen), die Thermoelastizität verursacht durch die Abkühlung der Matrix Zugkräfte. Je nach dem Vorzeichen dieser Kräfte wird auch eine andere Verschiebungsrichtung der Matrixpunkte hervorgerufen, Druckkräfte bewegen die Punkte zum äusseren Rand hin, Zugkräfte ziehen diese zur Kluft hin. In den Simulationen werden Spannungen im *MPa*-Bereich relativ leicht erreicht, wobei Verschiebungen der Matrixpunkte im Zentimeterbereich auftreten können; so generieren eine Abkühlung von *-50 ˚C* Spannungsänderungen um *10 MPa* und Druckunterschiede von *8 MPa* Spannungsänderungen von etwa *-1 MPa*.

Damit keine Auswirkungen der Berandung auf die Güte eines numerischen Resultats bewirkt wird, sollte sich dieser Rand weit genug von der Spannungsquelle entfernt befinden. Da diese Quellen für die elastischen Elemente aus Temperatur- oder Druckunterschieden herrühren, welche auch noch in *1 km* Entfernung von dem Riss aktiv sein können, muss sich der Rand des elastischen Feldes weiter vom Riss weg befinden als die hydraulischen und thermischen

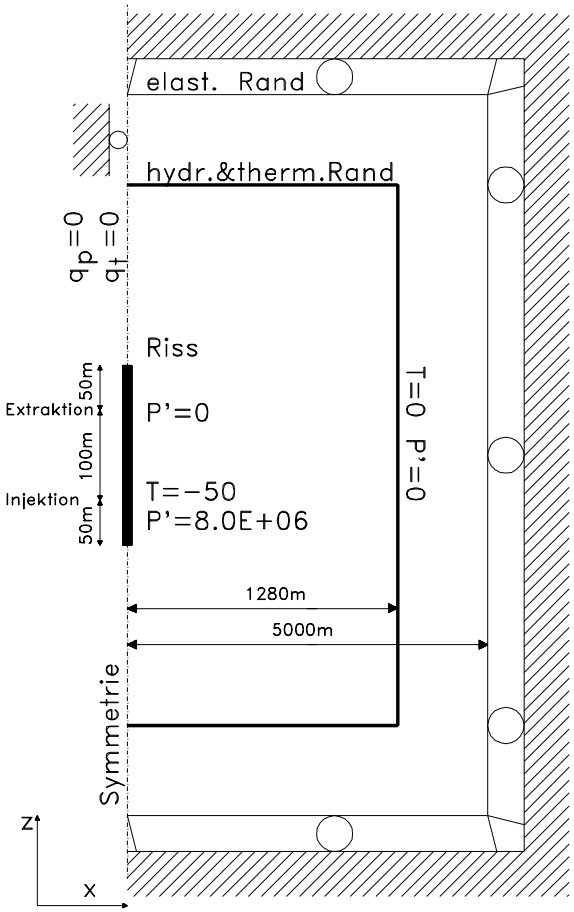


Fig.7-2 x-z Aufsicht des berechneten Gebietes unter Berücksichtigung der Symmetrie. Es sind die Randbedingungen für alle 4 Freiheitsgrade des Systems (Druck P [Pa], Temperatur T [K], x-,z-Verschiebung [m]) an den Aussenrändern sowie an der Symmetrieachse ersichtlich. Die Verschiebungsrandbedingungen sind durch Rollen, bzw. feste Stützen symbolisiert.

Berandungen. Es zeigte sich in mehreren Testläufen, dass ein Abstand von ca *4 km* von thermischen oder hydraulischen Volumenkräften absolut ausreichend ist (siehe Fig.7-2). Zur weiteren Abschwächung von Randeffekten werden lediglich die Eckpunkte im Raum fixiert, die Ränder dürfen sich in Richtung ihrer Ebene bewegen. Auch die Berandung an der Symmetrieebene wird durch dieselbe Randbedingung beschrieben. Lediglich die Knoten, die auf dem Riss liegen, besitzen eine durch die Bewegung der Rissoberfläche vorgeschriebene Verschiebungsrandbedingung.

7.3 Diskretisierung

Die Gesamtdiskretisierung dieser drei Vorgänge muss den Anforderungen jedes Einzelvorgangs gerecht werden. Dies hat zur Folge, dass die feinste nötige Dis-

kretisierung jedes Vorgangs an jeder Stelle im gesamten Untergrund eingenommen werden muss. Eine Konsequenz dieser Überlegungen ist eine Diskretisierung in möglichst kleine Elemente an der Kluftoberfläche. Verschiedene Modelle mit zusätzlicher Verfeinerung in der Nähe bestimmter Punkte auf dem Riss (Injektions- und Extraktionspunkt sowie die beiden Rissenden) wurde wegen der Komplexität einer derartigen Verfeinerung fallengelassen. An ihrer Stelle wurde eine gleichabständige Diskretisierung an der Rissoberfläche gewählt (s. Fig.7-3). Zum Zwecke eines ökonomischen Speicherplatzgebrauches wurden grosse Elemente am Rand des Gebietes angenommen. Wie bereits erwähnt besitzt die Geometrie des Kluftsystems eine Symmetrie längs der Kluftachse, dies reduziert den Speicherbedarf um die Hälfte.

Die Matrixdiskretisierung erfolgt mit derselben Elementnummerierung für die 2D hydraulischen, 2D thermischen und 2D elastischen Elemente. Der Riss selber wird mit den nicht-linearen 1D hydraulischen und den 1D thermischen Kluftelementen diskretisiert. Die Kluftelemente und deren benachbarte Matrixelemente werden einheitlich mit *10 m* Kantenlänge diskretisiert. Durch den Gebrauch von Lagrange-Elementen mit quadratischen Ansatzfunktionen ergibt dies einen Knotenabstand von *5 m*. Im Fernfeld erfolgt eine Vergröberung der diskretisierten Strukturen bis auf *4 km* Elementkantenlänge. Diese Vergröberung auf das Verhältnis von *400:1* erreicht man einerseits durch geschickte Plazierung von vierseitigen Elementen (seitliche Diskretisierung von den Kluftenden), anderseits durch den Gebrauch von Dreieckselementen (senkrecht auf die Kluftfläche). Das Gitternetz ist in Fig.7-3 abgebildet. Damit kann eine vernünftige Simulation bereits mit 425 Knoten und 100 Elementen pro physikalischem Vorgang durchgeführt werden.

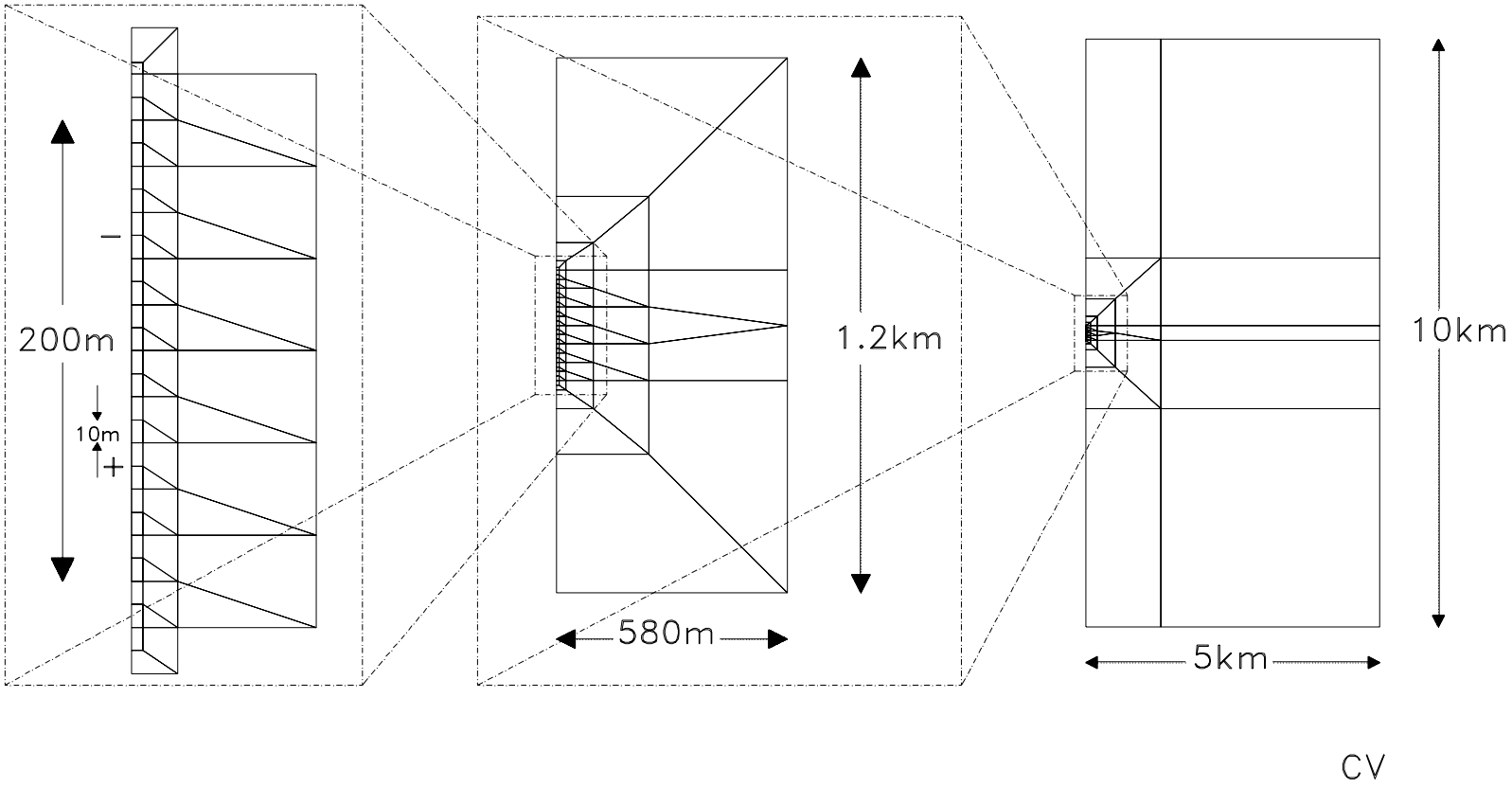


Fig.7-3 Diskretisierung des Gesamtgebietes (rechts) und schrittweise Vergrösserung der Ansicht bis zur Feinstruktur um den Riss (links). Auf dem linken Teilbild ist der Injektionspunkt mit einem '+' und der Extraktionspunkt mit einem '-' gekennzeichnet.

7.4 Simulationen

7.4.1 Überblick und graphische Darstellung

Es wurden sechs verschiedene Simulationen berechnet, um die Bedeutung jedes einzelnen Kopplungseffekts aufzuzeigen. Die Reihenfolge dieser Simulationen ist in Tabelle 7.2 aufgelistet.

Tabelle 7.2

Injektionsdruck und aktive Kopplungen für alle 6 Simulationen

MODELL	AKTIVIERTE KOPPLUNG	INJEKTIONS-ÜBERDRUCK
CV-A	hydro-thermische Kopplung	8.0 MPa
CV-B	hydro-thermische Kopplung deformierbarer Riss elastische Rückstellkraft	8.0 MPa
CV-C	hydro-thermische Kopplung deformierbarer Riss elastische Rückstellkraft Poroelastizität	8.0 MPa
CV-D	hydro-thermische Kopplung deformierbarer Riss elastische Rückstellkraft Poroelastizität	4.0 MPa
CV-E	hydro-thermische Kopplung deformierbarer Riss elastische Rückstellkraft Poroelastizität Thermoelastizität	4.0 MPa
CV-F	hydro-thermische Kopplung deformierbarer Riss elastische Rückstellkraft Poroelastizität Thermoelastizität	4.5 MPa

Auf den Figuren 7-4 bis 7-9 werden die Resultate aller 6 Simulationen in graphischer Form widergegeben. Obwohl die dargestellten Daten nur einen geringen

Teil der gesamten Ausgabedaten ausmachen, mussten diese Abbildungen sehr stark komprimiert werden. Zum besseren Verständnis dieser Darstellungen erfolgt eine kurze Erklärung:

Die Graphiken sind in drei Teilbilder unterteilt. Wichtige Zeitpunkte sind die Situationen nach 10 (auf dem linken Teilbild) und 30 Jahren (auf dem mittleren Teilbild) mit der Darstellung des Zustandes der drei Primärvariablen (Druck, Temperatur und x,z-Verschiebung) in unmittelbarer Rissnähe. Die Temperaturdaten sind mit farbig gefüllten Isolinien der hydraulischem Druck mit weissen Isolinien und das Verschiebungsfeld in der Gesteinsmatrix (nicht auf dem linken 10-Jahres Teilbild) mit schwarzen Vektorpfeile gezeichnet. Unmittelbar rechts neben dem mittleren Teilbild sind kurze Erklärungsdiagramme angehängt (Betriebsparameter, Kopplungsmechanismen, Legenden).

Das rechte Teilbild gliedert sich in mehrere Diagramme, die entweder den Zeitverlauf oder die räumliche Verteilung darstellen. Diese werden als nötige Unterstützung zum Verständnis des Geschehens betrachtet. Die obige x-y Darstellung zeigt die zeitliche Variation während der 30 Jahren Betrieb dieses Systems von Temperatur (ΔT_e - linke y-Achse) und Produktionsrate (q_e - rechte y-Achse) an der Produktionsbohrung an. In dem mittleren Plot sind Kluftweiten (a_h - linke y-Achse) und vertikale Partikelgeschwindigkeiten (v_z - rechte y-Achse) längs des Rissprofils nach 10 Jahren dargestellt. Hier ist für die Berechnungen *CV-A*, *CV-B*, *CV-C* und *CV-D* längst der Zeitpunkt des stationären Zustandes erreicht. Im Fall der aktiven Thermoelastizität *CV-E* und *CV-F* verändern sich diese beiden Parameter auch danach noch, sodass hier zusätzlich die Situation von Kluftweite und Partikelgeschwindigkeit nach 30 Jahren dargestellt ist.

Das untere Teilbild des Diagrammteils stellt die durch die Matrixdeformation verursachte Spannungsänderung an der Rissoberfläche dar. Hier wurde ebenfalls für die thermoelastischen Berechnungen der Zustand nach 30 Jahren geplottet. Lediglich die Simulation *CV-A* besitzt keine Spannungsdarstellung, da die Matrixdeformation hier nicht berücksichtigt wird. Die Spannungsänderung an der Rissoberfläche wird in der Normal- und der Tangentialkomponente dargestellt ΔS_n, ΔS_t). Um die effektive Spannung in dem Riss zu erhalten, muss zu dieser Zahl noch der hydraulische Rissüberdruck (siehe Fig.7-10 für die Simulation *CV-B*) und die kompressive Gebirgsspannung (*-10 MPa*) addiert werden. Die in den Darstellungen auftretenden Unregelmässigkeiten der Isolinien sind auf die lineare Interpolation des Graphikprogrammes zurückzuführen.

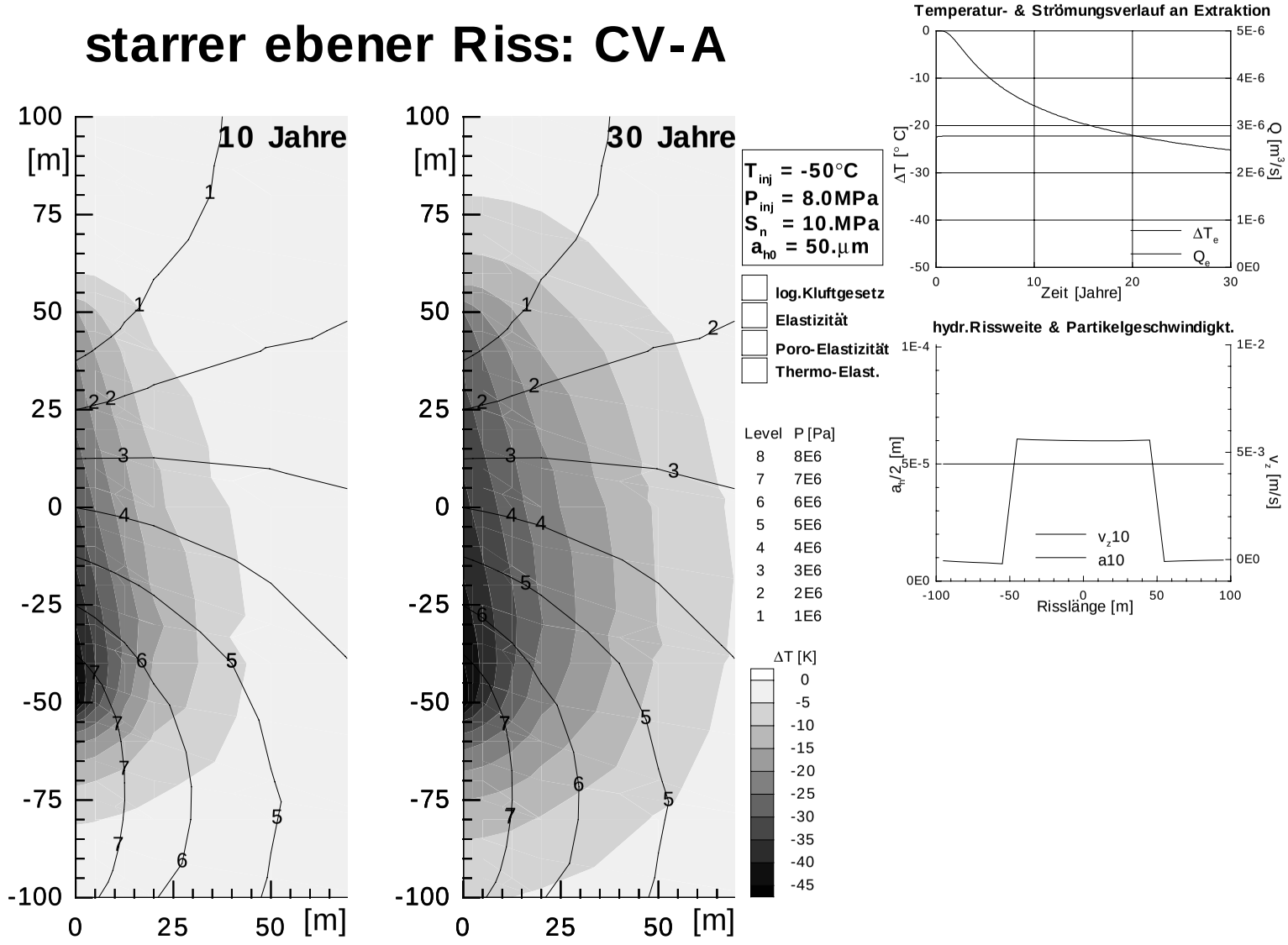


Fig.7-4 Simulation CV-A mit einer starren, inelastischen Kluft

deformierbarer ebener Riss: CV-B

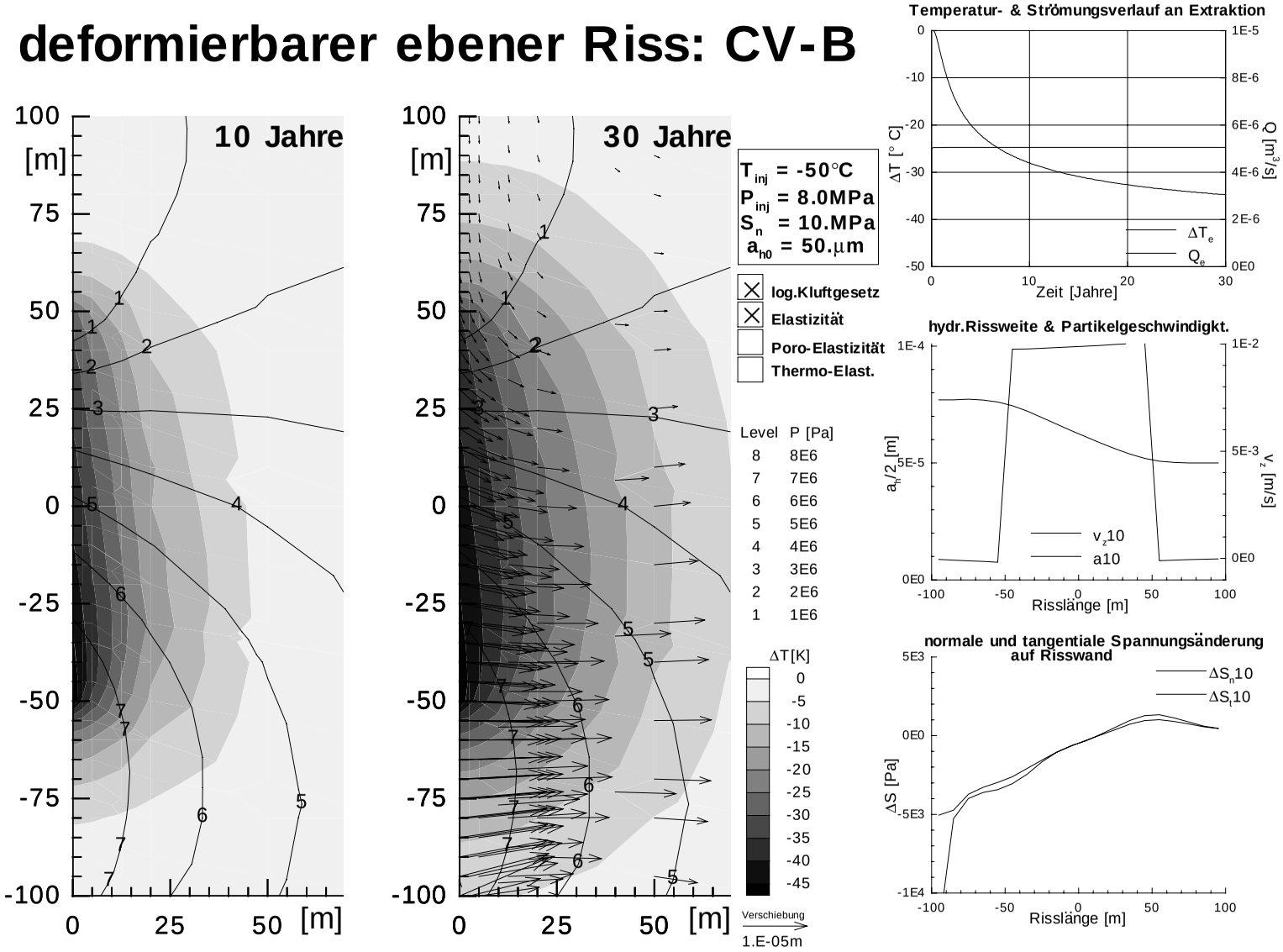


Fig.7-5 Simulation CV-B mit einer elastisch nachgebenden Kluft

deformierbarer ebener Riss: CV-C

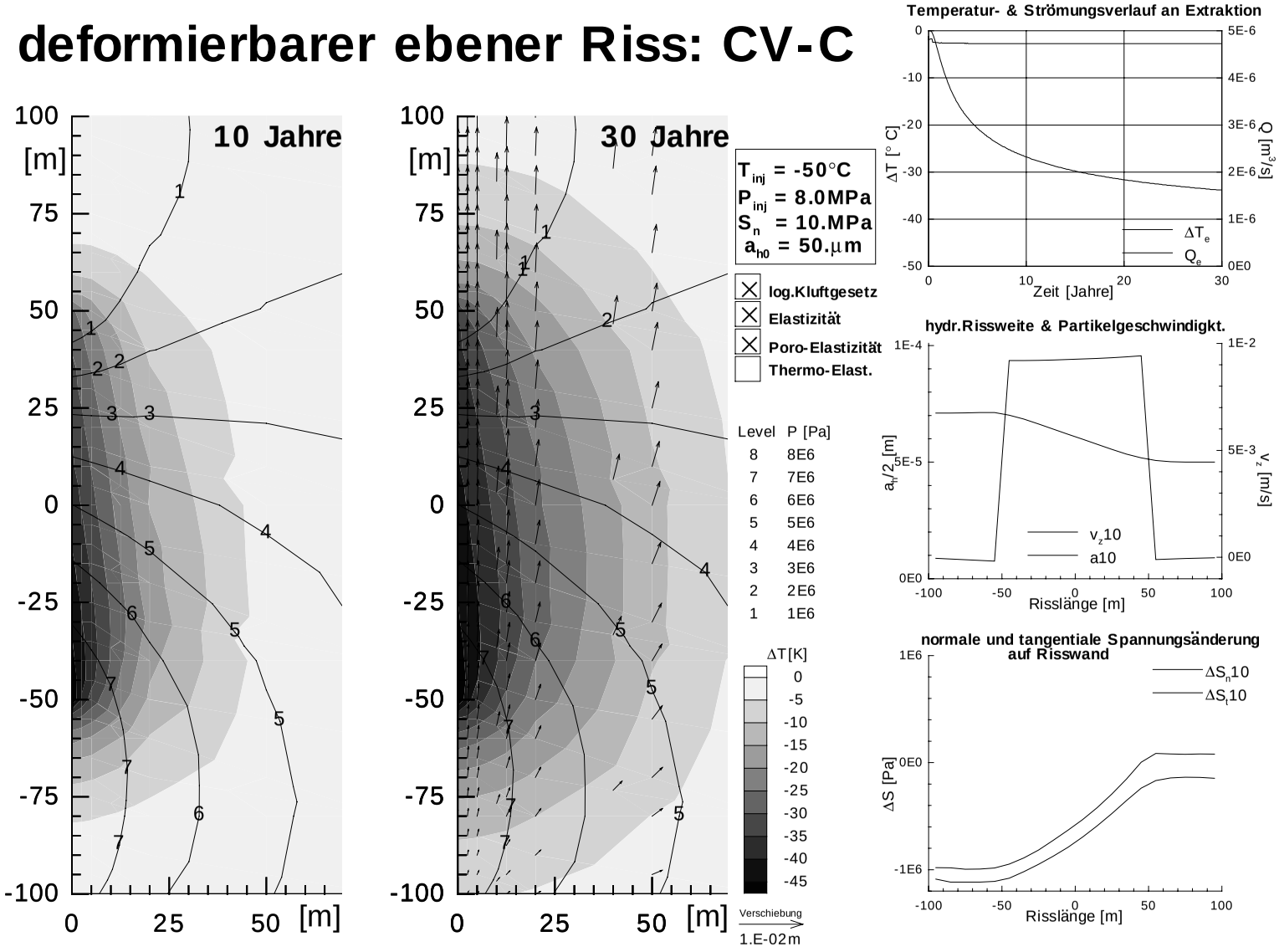


Fig.7-6 Simulation CV-C mit einer elastisch deformierbaren Kluft und poroelastischen Spannungen

deformierbarer ebener Riss: CV-D

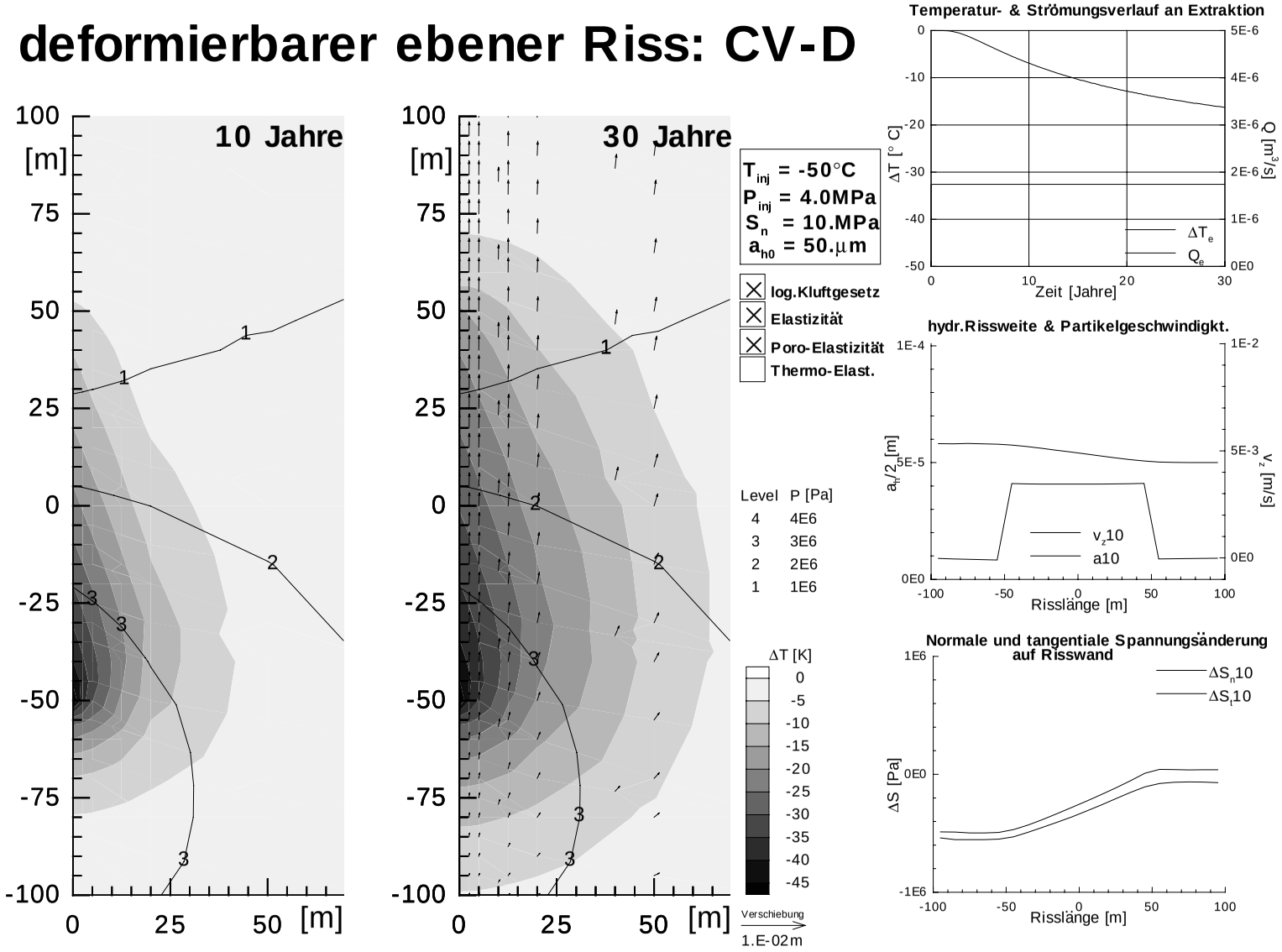


Fig.7-7 Simulation CV-D mit einer elastisch deformierbaren Kluft und poroelastischen Spannungen

deformierbarer ebener Riss: CV-E

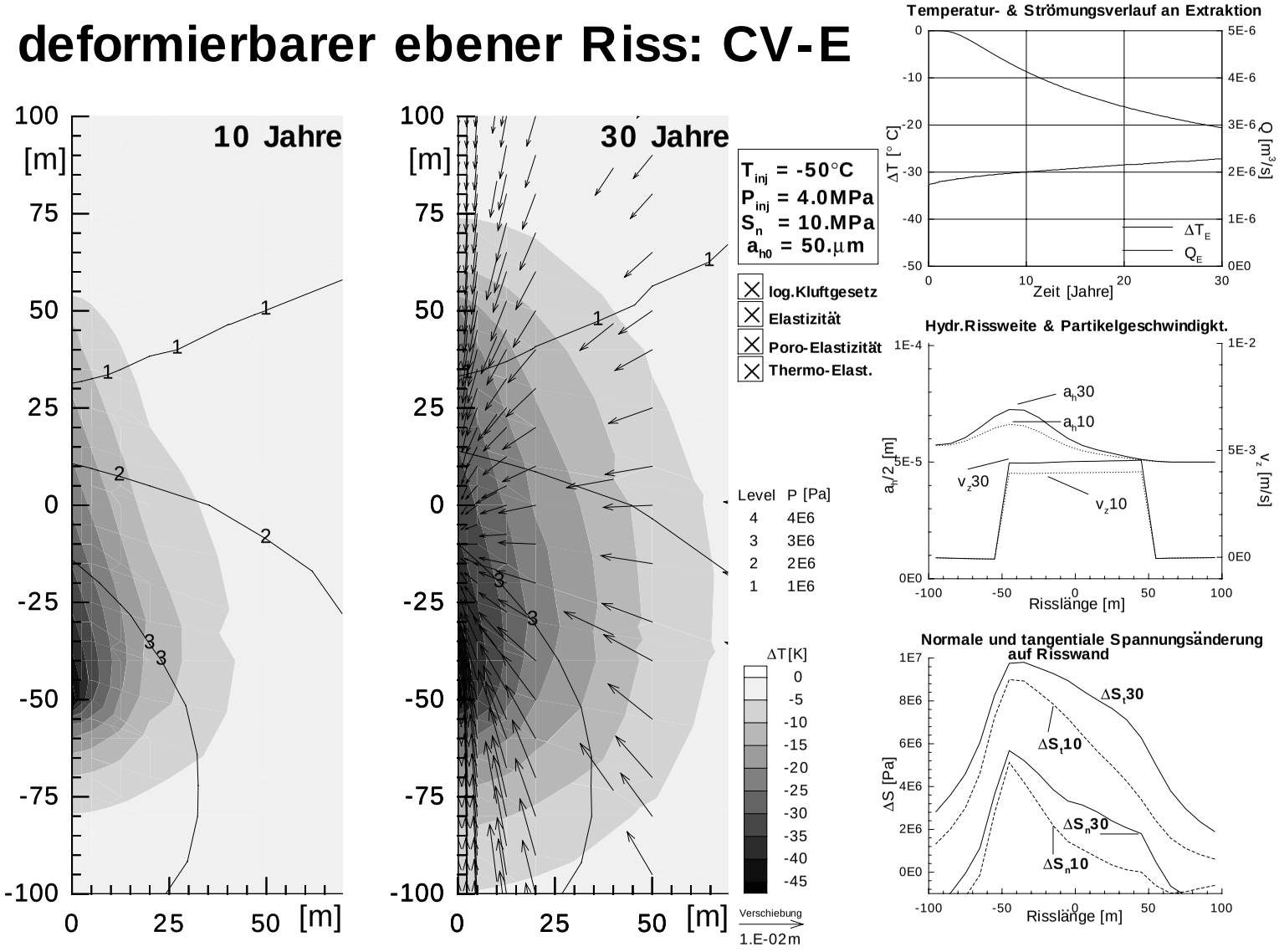


Fig.7-8 Simulation CV-E mit einer elastisch deformierbaren Kluft und thermo- & poroelastischen Spannungen

deformierbarer ebener Riss: CV-F

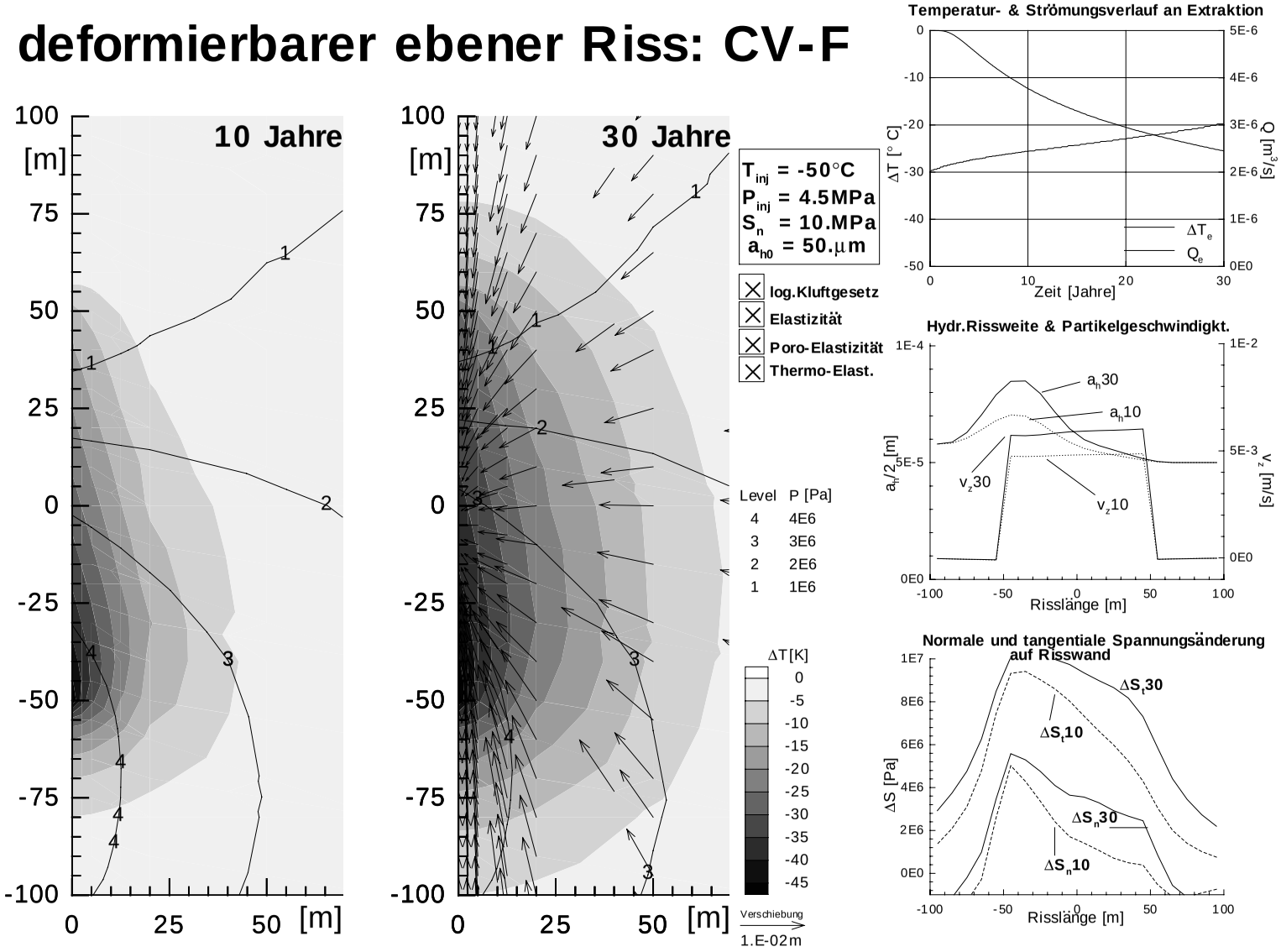


Fig.7-9 Simulation CV-F mit einer elastisch deformierbaren Kluft und thermo- & poroelastischen Spannungen

7.4.2 Beschreibung der Simulationen

Starre Kluft: CV-A

Da die gekoppelte thermo-hydraulische Berechnung einer starren Kluft jede elastische Rückkopplung ignoriert, wurden die elastischen Elemente weggelassen. Verglichen mit den anderen Simulationen lässt sich daher diese Berechnung auch in der kürzesten Zeit durchführen.

Die leicht verständlichen Ergebnisse dieser Berechnung werden in Fig.7-4 dargestellt. Die Temperatur des am Produktionsbohrloch austretenden Wassers sinkt im Laufe der betrachteten 30 Jahre um 25˚C. Die Temperaturstörung in der Matrix, welche sich durch ihre 10˚C-Konturlinie manifestiert, hat sich nach demselben Zeitraum bis auf etwa 75 m vom Riss ausgeweitet. Da die Rissöffnung konstant auf 100µm fixiert bleibt, bleibt die Produktionsrate nach dem Aufbau des Druckzustandes in dem Riss ebenfalls konstant. Da die Permeationsverluste sehr gering sind, ändert sich die Partikelgeschwindigkeit zwischen Injektions- und Extraktionspunkt nicht.

Elastisch-deformierbare Kluft: CV-B

In dieser Simulation deformierte sich die Kluft nach der logarithmischen Gesetzmässigkeit unter Berücksichtigung eines elastischen Gleichgewichtes in der Matrix (Fig.7-5). Da der einzige relevante Einfluss von dem hydraulischen Druckes stammt, ist die Kluftweite am Injektionspunkt (mit dem höchsten Innendruck) am grössten und an der Extraktion am kleinsten. Er besitzt hier sogar die ursprüngliche Kluftweite, denn es gibt kein hydraulischer Überdruck mehr.

Aufgrund der unterschiedlichen Kluftweite variieren auch die Strömungsgeschwindigkeit längs der Kluft; die Wasserpartikel fliessen am schnellsten an den engsten Stellen, also am Punkt mit der kleinsten Kluftweite. Allerdings bleibt die Produktionsrate praktisch konstant, denn die Klufthydraulik hat den stationären Zeitpunkt sehr schnell erreicht. Die vergrösserte mittlere Rissweite verursacht durch das kubische Strömungsgesetz eine höhere Rissströmung, daher sind sowohl Produktionsrate wie auch Partikelgeschwindigkeit höher als in der Berechnung *CV-A*. Dies hat zur Folge, dass sich die Ausflusstemperatur nach 30 Jahren um $10^{\circ}C$ stärker auskühlt als bei *CV-A*.

Die Deformation in der Matrix wird hier alleine von der Grössenordnung der Kluftdeformation bestimmt, d.h. sie ist am Injektionspunkt am grössten. Die von den Rissweitenänderungen (mittlere Grössenordnung ca. $10^{-5}\ m$) herrührenden

Rückstellspannungen liegen im *kPa* Bereich und sind somit sehr gering. Ihre Bedeutung besteht darin, dass sie grosse Öffnungen am Rissende durch das Auftreten von hohen kompressiven Spannungen verhindert. Dieser Effekt kann an dem Rissende auftreten, der dem Injektionspunkt am nächstgelegenen ist, da hier als Folge des logarithmischen Kluftgesetzes der hydraulische Druck praktisch dem Injektionsdruck entspricht. Es zeigte sich, dass diese hohen Druckspannungen nur auf den letzten Metern der Kluft auftreten. Ist die Diskretisierung an dieser Stelle nicht fein genug, so verursacht die dadurch hervorgerufene "Glättung" über die Länge des Elementes zu geringe Druckspannungen, was eine Schliessung des Risses verhindert. Dies ist auch in dieser Berechnung der Fall. Allerdings sind die Rissenden in diesen 2D Simulation hydraulisch (und damit auch thermisch) inaktiv, sodass sich für den gekoppelten Ablauf des ganzen Systems keine Nachteile ergeben.

In Fig.7-10 und Fig.7-11 wird das Geschehen im Riss bis zum Erreichen des stationären Zustands 3 h (10^4 s) nach Beginn der Injektion verdeutlicht. Bis zu diesem Zeitpunkt sind die Ergebnisse dieser Berechnung auch repräsentantiv für die folgenden Simulationen, denn die Bedeutung von Poro- und Thermoelastizität setzt erst zu einem späteren Zeitpunkt ein. Man erkennt in Fig.7-10 wie der Druck zuerst symmetrisch um den Injektionspunkt anwächst, um später asymmetrisch in Richtung der Extraktion stärker abzufallen. Das Profil der Partikelgeschwindigkeit im Riss entspricht dieser Darstellung: das Wasser strömt zuerst mit hoher Geschwindigkeit in die nicht komprimierte Kluft und fällt stark ab, sobald diese gefüllt ist. In Richtung zur Extraktion pegelt er sich nach 3 h auf einen konstanten Wert ein. Von der Injektion in Richtung des Kluftendes fliesst das Wassser mit Fortdauer des Versuches mit immer kleineren Geschwindigkeiten nach unten (daher die negative Geschwindigkeit). Parallel zur Druckerhöhung im Umfeld des Injektionspunktes wächst auch die Rissweite an (Fig.7-11). Die maximale Änderung der Rissweite, welche durch den Druck verursacht wird, beträgt 56 μm. Das durch die Rissbewegung verursachte Anwachsen der Normalspannung auf die Kluftoberfläche ist interessant zu beobachten. Es bilden sich neben der Hauptkompression am Injektionspunkt Bereiche mit Zugspannungen heraus. Die Grösse und Lage dieser Gebiete variiert mit der Amplitude und Form der Kompressionsspannung. Allerdings wird dieses Bild mit dem Anwachsen der kompressiven Spannung am Kluftende gestört und schliesslich auch von dieser überlagert.

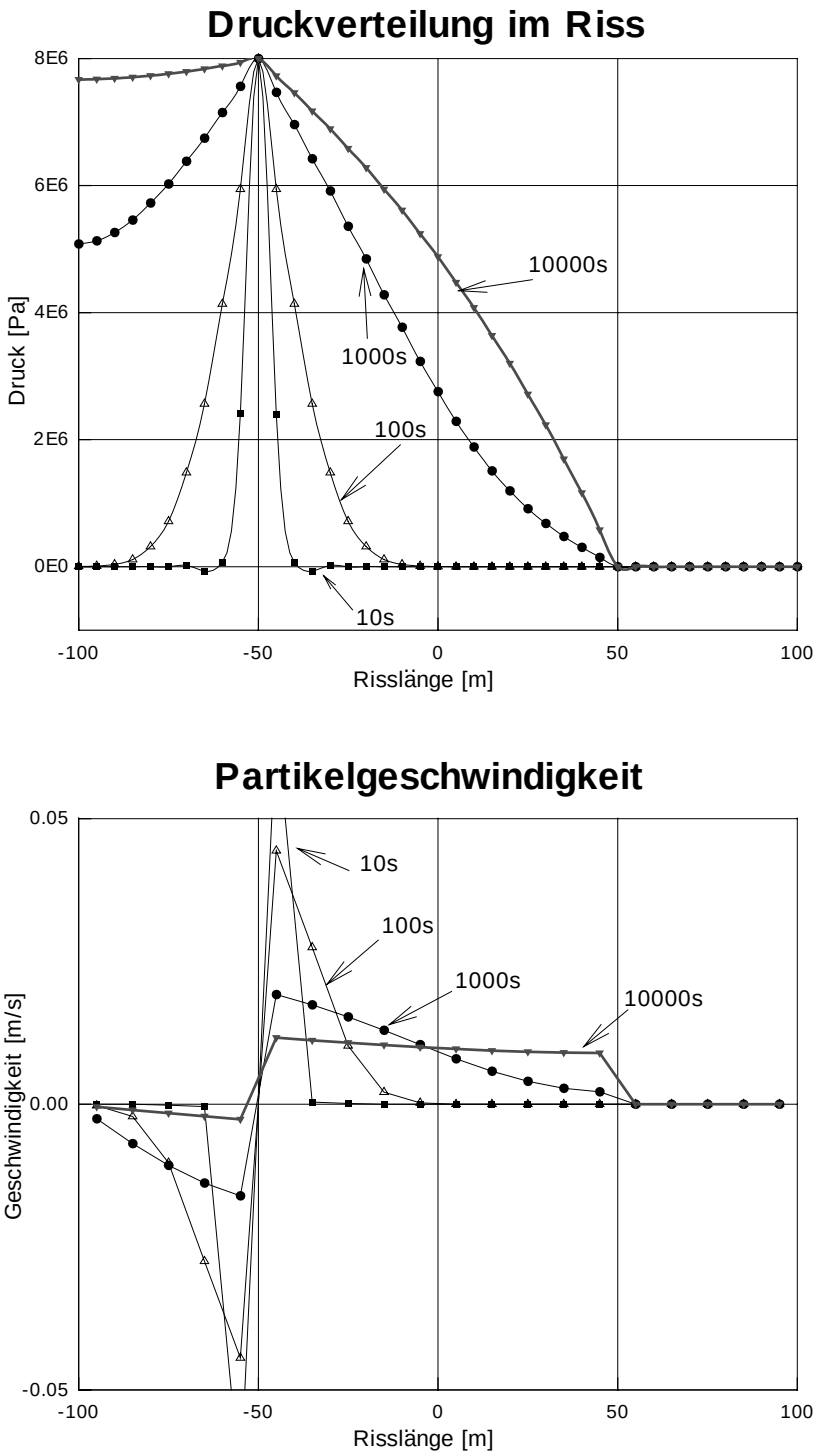


Fig.7-10 Aufbau des Druckes und Entwicklung des Geschwindigkeitsfeldes während der ersten 3 Stunden nach Injektionsbeginn. Beide Darstellungen zeigen die Zustände nach 10, 100, 1000 und 10000 sec. Der Injektionspunkt liegt bei x = -50 m und der Extraktionspunkt bei x = 50 m

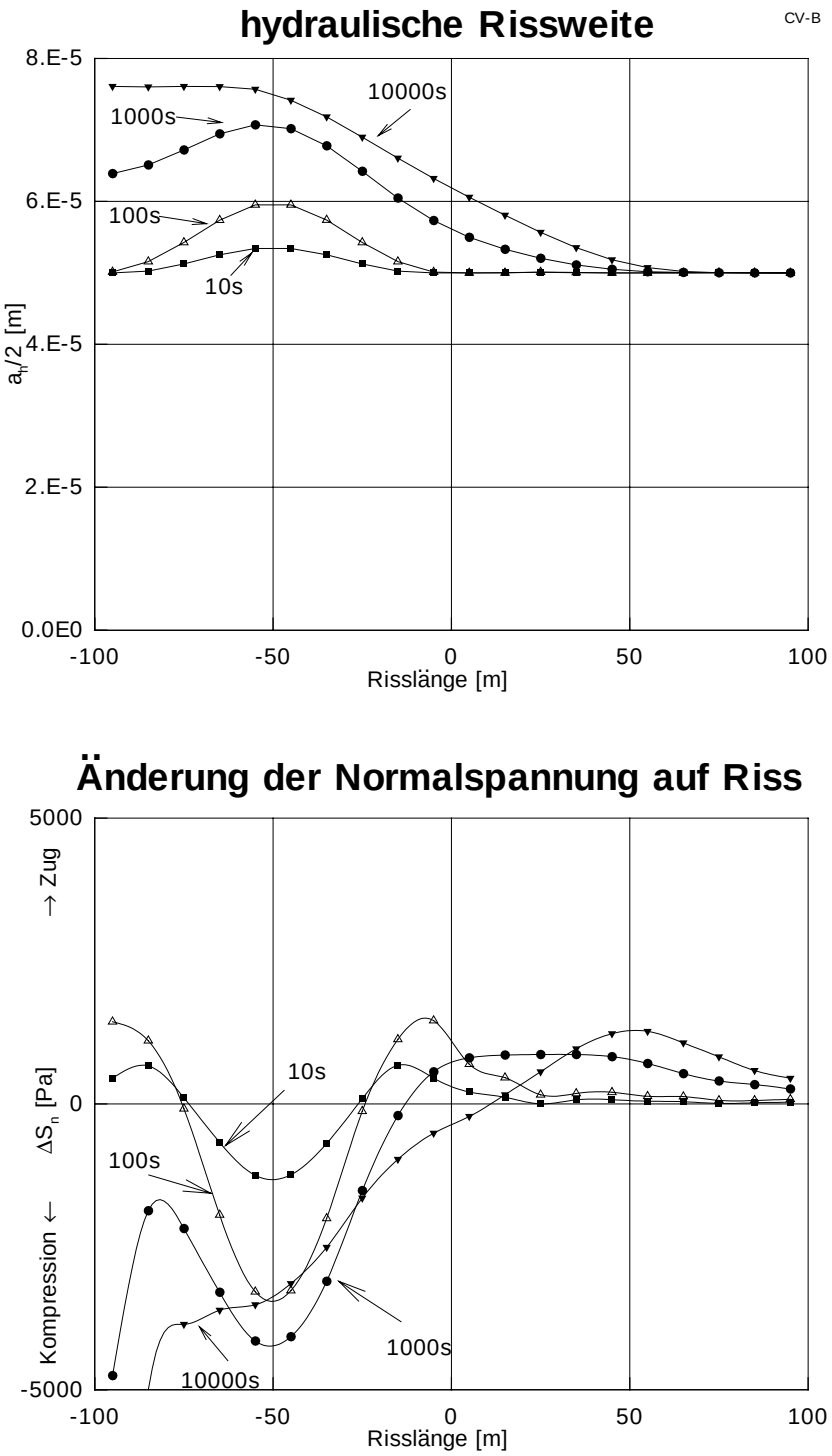


Fig.7-11 Anwachsen der Kluftöffnung und der Normalspannung während des Beginns der Injektionsphase. Beide Darstellungen zeigen ebenfalls die Zustände nach 10, 100, 1000 und 10000 sec.

Elastisch deformierbare Kluft mit Porendruck-Effekten: CV-C & CV-D

Die Simulation *CV-C* (Fig. 7-6) dient nur als Vergleich einer Berechnung mit Poroelastizität zu den beiden vorangegangenen Simulationen *CV-A* und *CV-B*, denn sie besitzen alle die gleichen Betriebsparameter. Es zeigt sich, dass der Porendruck eine zusätzliche Druckkomponente in der Grössenordnung von *-1 MPa* hervorruft, welches einem Minimum bei der Injektion besitzt und nur sehr langsam in Richtung der Extraktion abklingt. Das durch den Porendruck verursachte Verschiebungsfeld des Gesteins überlagert total die durch die Kluftbewegung hervorgegangenen Verschiebungen. Es hat in unmittelbarer Rissnähe, also an der Stelle der Matrix mit dem höchsten Druckgradienten, eine Vorzugsrichtung parallel zum Druckgradienten.

Der Zusatzdruck aus der Matrix bewirkt natürlich eine gegenüber *CV-B* verringerte Kluftöffnung. Dies beeinflusst auch den Verlauf der Temperaturabnahme und der Produktionsrate: beide Werte liegen damit zwischen den Ergebnissen von *CV-A* und *CV-B*.

In Berechnung *CV-D* (Fig. 7-7) unterscheidet sich von *CV-C* durch einen um *4 MPa* halbierten Injektionsüberdruck. Dies geschah einerseits um sich über die Abhängigkeit der Produktion vom Druck Klarheit zu verschaffen, andererseits um eine Vergleichsbasis zu den thermischen Kopplungen zu bekommen. Die Produktionsrate sank dabei mit etwa 2/3 des Wertes von *CV-C* stärker ab als der Injektionsdruck. Dieser Zusatzeffekt ist durch die nicht-lineare Reduktion der Rissweite verbunden mit dem kubischen Strömungsgesetz zu erklären. Allerdings reduziert sich die Rissweite tatsächlich entsprechend einer um *3.5 MPa* reduzierten effektiven Spannung und nicht einer um *4 MPa*, die alleine aus der Druckerniedrigung resultieren würde. Diese Differenz wird von der im Vergleich mit *CV-C* ebenfalls halbierten Poren-Druckspannung (*-0.5 MPa*) verursacht.

Durch die kleinere Durchflussrate kühlt auch die Matrix weniger aus; die Auslauftemperatur ist nach 30 Jahren etwa *16˚C* höher als im Fall *CV-C*.

Deformierbare Kluft mit Poro- und Thermoelastizität: CV-E & CV-F

Die Berechnung *CV-E* entspricht *CV-D* jedoch mit aktivierter Thermoelastizität (Fig. 7-8). Die Kluftöffnung von *CV-E* zeigt unter dem Einfluss von thermischer Schrumpfung eine total andere Form. Da nur ein relativ kleiner Bereich um den Injektionspunkt auskühlt, werden die Zugkräfte grösstenteils auch nur hier aktiv. Diese erreichen aber bereits für eine Temperaturdifferenz von *50˚C* sehr hohe Werte. Da die Stabilisierung des Systems eine grundlegende Bedingung der

Modellierung ist, mussten alle Parameter derart korrigiert werden, dass sie keine neuen Risse verursachen. Dies erklärt die Wahl der beiden Betriebsparameter *4 MPa* Injektionsdruck und *-50˚C* Injektionstemperatur. Diese Operationsparameter hängen natürlich von der kompressiven Gebirgsspannung sehr stark ab. Vorhergehende Versuche, die Kluft bei Injektionstemperaturen von *100˚C* stabil zu halten, scheiterten alle. Bereits innerhalb des ersten Jahres wurde die effektive Spannung in der Kluft positiv, sogar bei noch stärker reduzierten Injektionsdrücken.

Fig. 7-12 veranschaulicht die Abhängigkeit der effektiven Spannung im Riss von den unterschiedlich aktivierten Mechanismen. Dabei zeigt sich auch die enorme Bedeutung der thermoelastischen Zugkräfte im Nahbereich um die Matrix.

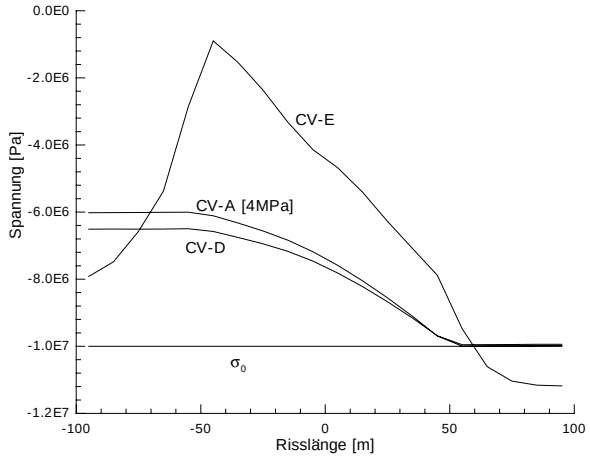


Fig. 7-12 Effektive Spannung längs des Risses. Die Kurve CV-A entspricht den Verhältnissen eines starren Risses mit 4 MPa Injektionsüberdruck

Allerdings entstehen selbst für diese moderaten Werte sehr hohe Tangentialspannungen. Nimmt man für die maximale horizontale Hauptspannung einen Wert von *13 MPa* an - dieser ist damit 30% höher als die minimale Hauptspannung -, subtrahiert von diesem noch den Porendruck von maximal *4 MPa*, so befinden sich die Tangentialspannungen schnell im Bereich des Entstehens von Zugrissen mit senkrechter Richtung zur Rissebene.

Die ganze Dynamik des Geschehens wird beim Betrachten der Produktionsrate deutlich. Die Impedanz des Systems sinkt und die Produktion steigt kontinuierlich um etwa 50% während der ersten 30 Jahre.

Noch extremer wird die Situation im Fall von *CV-F* (Fig.7-9). Der Injektionsdruck ist gegenüber *CV-E* nur um *0.5 MPa* erhöht worden. Dies hat bereits einen Effekt auf die Auskühlung des Gesteins. Dadurch steigt die effektive Normalspannung im Gebiet um den Injektionspunkt bis auf auf einen Wert von *-0.3 MPa*, d.h. man befindet sich knapp an der Genze zur Instabilität. Dies ist für die Simulation zwar einerseits gefährlich, andererseits werden die Effekte, die durch eine sich ändernde Kluftweite hervorgerufen werden, viel stärker betont. Durch die sich laufend vergrössernde Kluftweite wächst die Produktionsrate noch stärker als in *CV-E* an. Die Verschiebungen in der Gesteinsmatrix betragen jetzt z.T. über *1 cm*.

8 DISKUSSION

8.1 Einschätzung der numerischen Resultate

Das numerische System tendiert grundsätzlich zu einer Glättung der Funktionswerte. Dadurch stellen die numerischen Resultate Näherungslösungen dar. Es kann andererseits verallgemeinernd gesagt werden, dass das numerische System nur dann keine Glättungen der Ergebnisse vornimmt, wenn hohe Gradienten einen abrupten Wechsel des zu berechnenden Wertes verursachen. Die Numerik reagiert dann mit Oszillationen. Durch eine systematische Variation der Geometrien, des Zeitinkrementes wie auch der Maschengrösse bekommt man ein subjektiv geprägtes Gefühl für die bestmögliche Diskretisierung. Dennoch müssen Einzelaspekte in einer Simulation immer speziell bewertet werden.

Das Auftreten der numerischen Oszillation bei hohen Advektionsgeschwindigkeiten in der thermischen Berechnung ist bereits in Kapitel 5.6.3 genannt worden. Eine Abschätzung der relevanten Peclet-Zahl für den Riss liefert:

$$Pe = \frac{\rho_f c_f \mathbf{v}_f \Delta L}{\lambda} \approx \frac{4 \cdot 10^6 [J/m^3 K] \cdot 10^{-3} [m/s] \cdot 5[m]}{0.6[J/Ksm]} = 3 \cdot 10^4 \qquad (8.1)$$

Dadurch würde die Anwendung der Konsistenz-Analyse (Kap. 5.6.4) dringend erforderlich. Leider erfordert die Konsistenz-Analyse eine Beschränkung der Courantzahl auf $Cr \leq 1$, was bei den vorkommenden Parameterwerten sehr kleine Zeitschritte bedeutet. Eine Abschätzung mit Zeitschrittlängen von etwa einem Tag (dies ist eine untere Grenze bei Simulationszeiten von 30 Jahren) zeigt:

$$Cr = \frac{\mathbf{v}_f \Delta t}{\Delta L} \approx \frac{10^{-3} [m/s] \cdot 10^5 [s]}{5[m]} = 20 \qquad (8.2)$$

Deshalb musste eine konventionelle Berechnung mit einem Integrationsparameter $\gamma = 0.75$ (s.Kapitel 5.3) gewählt werden. Wie für ein extremes Modell aus der Figur 5-6 zu entnehmen ist, können auch hierbei starke Glättungen auftreten. In den Simulationen sind diese glücklicherweise nicht so stark wie in dem Modell von Figur 5-6, da die Wärmediffusion aus der Matrix keine Stufenfunktion beim Wärmetransport zulässt. Dennoch muss für die Temperaturberechnung davon ausgegangen werden, dass diese bis zu $2^{\circ}C$ zu hoch liegt.

Die zeitliche Diskretisierung in der hydraulischen Berechnung ist dagegen relativ unbelastet von Glättungsfehlern. Auch wurde die räumliche Diskretisierung dahingehend getestet, dass sich die daraus resultierenden Fehler in einem vertretbaren Rahmen halten. Sie liegen unter 1% jeweils für das thermische, hydraulische und elastische System. Wegen der vorgeschriebenen Randbedingungen der Primärvariablen (Einpress- und Förderdruck, Einpresstemperatur, Verschiebung an der Kluftoberfläche) lässt sich diese geringe Abweichung auch einfach erreichen.

8.2 Matrix-Advektion und Matrix-Auskühlung

Der Beitrag des Advektionsgliedes in der Wärmetransportgleichung (3.18) hängt massgeblich von der mittleren Partikelgeschwindigkeit ab, die sich nach der Darcy-Gleichung (3.3) berechnet. Für die Simulationen mit dem Parametersatz aus Tab.(7.1) zeigt sich, dass die Advektion in der Matrix bei hydraulischen Druckdifferenzen in der Grössenordnung von einigen MPa vernachlässigbar ist. Fig.8.1 zeigt für das Modell CV-A (mit eine hydraulischen Überdruck von *8 MPa*) auf den beiden linken Teilbildern eine identische Temperaturverteilung bei aktivierter und deaktivierter Matrixadvektion. Weitere Berechnungen zeigten, dass erst ab einer 50-mal höheren hydraulischen Leitfähigkeit ($10^{-12}\ m^2/Pa\ s$) die Advektion bemerkbar zum Wärmetransport beiträgt.

Das rechte Teilbild zeigt die Temperaturverteilung ebenfalls für Modell CV-A, jedoch mit einem hydraulischen Injektionsüberdruck von nur *1 MPa*. Man erkennt, dass lediglich der Bereich um die Injektionsstelle auskühlt. Zur Erklärung des Verhaltens muss man die Riss-Auskühlung in die Betrachtung mit einschliessen. Diese Auskühlung setzt für das thermische Verhalten in der Matrix über eine gewisse Länge quasi eine Temperatur-Randbedingung (beispielsweise durch den Abstand der 20˚C Konturlinie von der Injektion). Da die Riss-Thermik nur durch die Advektion bestimmt ist, ist die Länge dieser Randbedingung auch eine Funktion des Druckunterschiedes. Eine nahezu punktförmige Randbedingung (im Fall des Injektionsdruckes von *1 MPa*) wird naturgemäss eine geringere Auskühlung der Matrix bewirken als eine langgestreckte Linien-Randbedingung. Dadurch zeigt sich, dass die Bestimmung des Temperaturfeldes einerseits von der Advektion im Riss und andererseits von der Diffusion in der Matrix bestimmt ist.

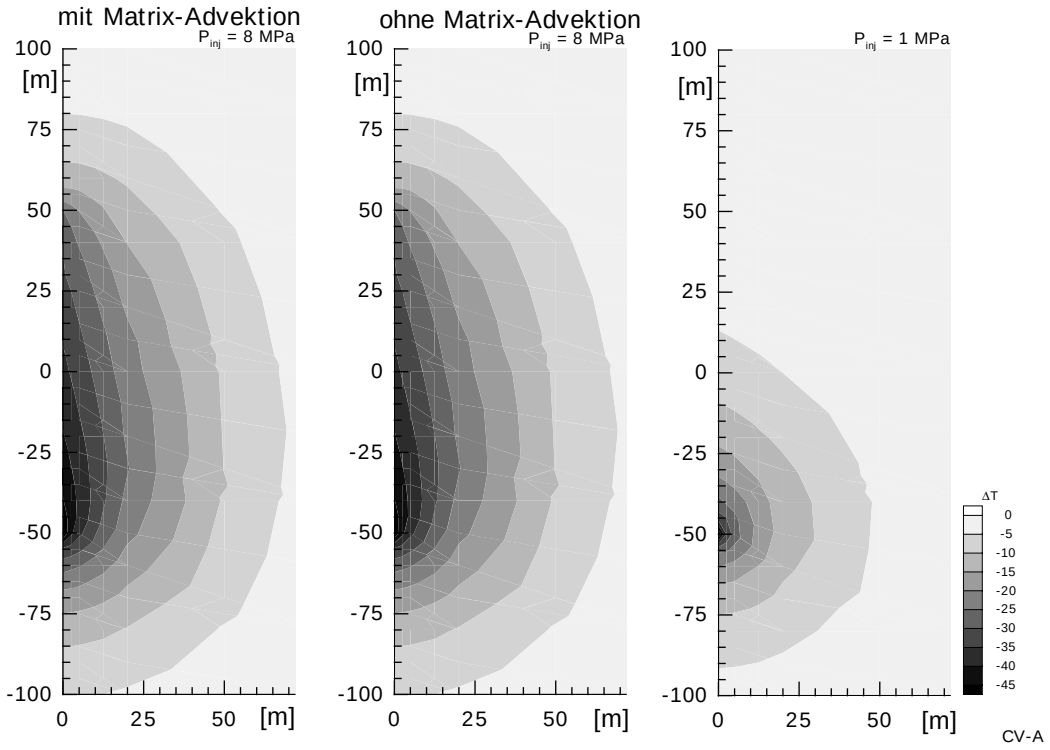


Fig.8-1 Temperaturfeld in Nähe des Risses für Modell CV-A (Kapitel 7). Das linke und mittlere Teilbild zeigen ein identisches, thermisches Feld bei aktivierter und deaktivierter Matrix-Advektion. Das rechte Bild zeigt dasselbe Modell mit einem abgesenkten Injektionsüberdruck.

8.3 Bedeutung der elastischen Verschiebungen

Die Bedeutung von thermischen Zugspannungen in der Matrix, die durch Auskühlungen verursacht werden, ist in der Vergangenheit nur durch wenige Arbeiten hervorgehoben worden. Die darauf aufbauenden Untersuchungen richteten sich unseres Wissens hauptsächlich auf die Entwicklung und Ausdehnung von neuen Zugrissen senkrecht zu einem Hauptriss (Nemat-Nasser & Keer 1979, Bazant & Wahab 1979, Tester et al. 1988). Eine Schlussfolgerung dieser Arbeiten ist eine Initiierung von gleichabständigen Zugrissen. Allerdings sind darin Annahmen enthalten, die sich durch die Ergebnisse der *FRACTure*-Modellierung nicht bestätigen lassen.

Das Temperaturfeld in der Matrix wird in diesen Arbeiten nur durch analytische Berechnungen bestimmt. Diesen liegen einfache 1D Modelle zugrunde, wobei die Temperatur-Isolinien rissparallel verlaufen. Die Aussagen von Kapitel 8.2 belegen, dass sich das Temperaturfeld weder im Hauptriss noch in der Matrix durch diese einfachen Annahmen darstellen lässt. Die Neubildung von Rissen wird verstärkt im Bereich des Injektionspunktes stattfinden und kann somit kein gleichabständiges Muster aufweisen.

Ebenfalls erweist sich in diesen Arbeiten die Abschätzung der Zugkräfte problematisch, da diese mit der Annahme einer nicht-deformierbaren Matrix entstanden ist. Überträgt man dies auf die Simulationsreihe CV, so würden in der Nähe des Injektionspunktes nach Gl.(3.42) und (3.43) folgende Zugspannung herrschen:

$$\Delta\sigma_{ii} = -3\frac{\beta_s}{\alpha_s}\Delta T = 6\cdot 10^{10}[Pa]\cdot 10^{-5}[K^{-1}]\cdot 50[K] = 3\cdot 10^{7}[Pa] \qquad (8.3)$$

In der Berechnung CV-E zeigt sich allerdings, dass selbst nach 30 Jahren, d.h. zum Zeitpunkt einer grossflächigen Auskühlung, die höchsten Änderungen der Tangentialspannung bei etwa *12 MPa* und die höchsten Änderungen der Normalspannung bei etwa *6 MPa* liegen (jeweils korrigiert um den Porendruckeffekt). Modellhaft lässt sich dieser Unterschied auf eine andere Lage der Randbedingung zurückführen. Falls sich in der Nähe der Spannungsquelle nicht verformbare Randbedingungen befinden, können sich die induzierten thermischen Spannungen nicht abbauen und die Spannungsänderung besitzt einen Betrag entsprechend Gl.(8.3). Im Modell CV-E hingegen kann sich die in Kluftnähe induzierte thermische Spannung über 10 km hinweg abbauen. Die Bedeutung einer elastischen, nachgebenden Matrix darf für einen grossräumigen Untergrund daher nicht unterschätzt werden.

8.4 Sensitivitätsuntersuchungen

8.4.1 Matrixparameter

Als Grundmodell für die Sensitivitätsberechnungen wurde die Simulation CV-E herangezogen, welche den höchsten Verfeinerungsgrad besitzt. Die Variationsmöglichkeiten beschränken sich grösstenteils auf die Matrix, da aufgrund der lokalen geologischen Verhältnisse eine hohe Unsicherheit in der Bestimmung der Gesteinsparameter gegeben ist. Folgende Parameter wurden dabei variiert:

- Wärmeleitfähigkeit mit einer Bandbreite von ± 10% um den definierten Wert von *2.8 [J/K m s]*. Eine Erhöhung dieses Wertes kann durch eine geringere Porosität oder bei bestimmten Mineralanteil (z.B. Graphit) erforderlich werden. Dadurch sind auch die Unsicherheiten, die in der Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit vorkommen (Kapitel 3.3.2), enthalten.
- Wärmekapazitäten ebenfalls mit einer Bandbreite von ± 10% um den Wert *4150 [J m^3/K]*. Da die Wärmekapazität auch eine gemittelte Grösse darstellt, variiert sie ebenfalls mit der Porosität.
- hydraulische Leitfähigkeit mit einem 100-fach erhöhten Wert auf *$2 \cdot 10^{-12}$ [m^2/Pa s]*. Dieser Parameter hängt stark von der Mikroklüftigkeit ab, wobei die Schwankungsbreite auch entsprechend hoch ist. Die Berechnungen aus Kapitel 8.2 zeigen, dass nur höhere Leitfähigkeiten einen Effekt auf das Gesamtsystem haben können.
- spezifischer Speicherkoeffizient mit einer Bandbreite von ± 20% um den Wert von *$3 \cdot 10^{-11}$ [Pa^{-1}]*. Damit sind die Werte der unterschiedlichen Definitionen in Gl.(3.2) bzw. Gl.(3.3) abgedeckt.
- Elastizitätsmodul mit einer Bandbreite von ± 10% um den Wert von *$3 \cdot 10^{10}$ [Pa]*. Die darin enthaltene Abschätzung beinhaltet die Parameter praktisch aller kristallinen Gesteine

In Fig.8-2 sind die Auswirkungen auf die Matrix-Auskühlung und die hydraulische Kluftweite dargestellt. Es zeigt sich, dass der grösste und gleichzeitig für dieses "HDR-System" optimalste Effekt durch die immense Erhöhung der hydraulischen Leitfähigkeit verursacht wird. Dadurch, wie auch im Fall der erhöhten Wärmeleitfähigkeit, werden weiter entfernte Matrixbereiche angezapft, was eine geringere Temperaturdifferenz im Riss-Nahbereich bewirkt. Zur Identifikation der Matrixauskühlung hat sich der Temperaturverlauf an der Extraktion als sehr sensibler Parameter erwiesen. Wegen eines leichter vornehmbaren Vergleiches wurde diese Darstellung bevorzugt. Da eine Variation der spezifischen Speicherfähigkeit nur das Erreichen des hydraulischen stationären Zustandes beschleunigt oder verzögert, besitzt sie einen geringen Einfluss auf das Gesamtsystem und wurde deshalb in Fig.8-2 nicht dargestellt. Weil die Ergebnisse mit einer erhöhten Wärmekapazität sich praktisch identisch mit denen der erhöhten Wärmeleitfähigkeit erwiesen (und umgekehrt für die erniedrigten Parameter), wurden auch sie nicht in die Darstellung mit einbezogen

Das Verhalten bei einem unterschiedlichen Elastizitätsmodul läßt sich leicht erklären: ein weicheres Gestein mit kleinerem Elastizitätsmodul erlaubt einen geringeren Spannungsaufbau in der Matrix, somit sind die thermischen Zugspannungen kleiner und der Riss öffnet sich nicht so stark. Demgegenüber verursacht ein härteres Gestein auch eine grosse Rissöffnung. Man erkennt auf Fig.8-2 diese grosse Rissöffnung, die durch sehr hohe, an der Grenze des zulässigen (*0 MPa*) liegende, effektive Spannungen verursacht wird.

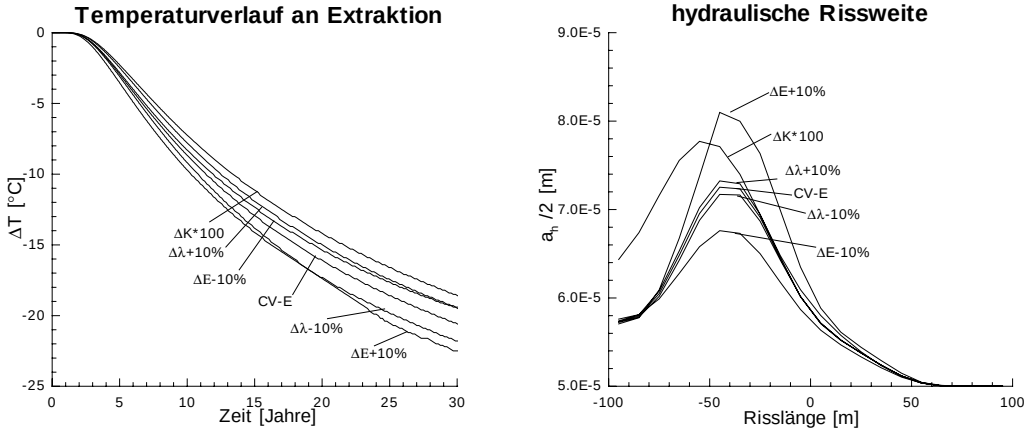


*Fig.8-2 Temperaturverlauf an dem Produktionsbohrloch und hydraulische Rissöffnung für eine 100-fach erhöhte hydraulischen Leitfähigkeit (ΔK*100), eine 10% erhöhte (bzw. erniedrigte) Wärmeleitfähigkeit (Δλ+10%, resp. Δλ-10%), ein 10% erhöhtes (bzw. erniedrigtes) Elastizitätsmodul (ΔE+10%, resp. ΔE-10%) verglichen mit CV-E, sowie den Berechnungen von CV-E selber.*

Im übrigen erweisen sich die Fälle der höheren hydraulischen und thermischen Leitfähigkeiten als sehr interessant für den Betrieb eines HDR-Systems. Denn sowohl das schwächere Abklingen der Extraktions-Temperatur wie auch die durch die grössere Rissöffnung hervorgerufene höhere Produktionsrate wirken sich positiv auf den Energieausstoss des Systems aus.

8.4.2 Rissparameter

Der sensibelste Parameter für das Rissverhalten stellt die Grösse der charakteristischen Kluftsteifigkeit in Gl.(3.35) dar. Die Auswahl dieses Koeffizienten auf den Wert *59 [mm^{-1}]* erfolgte unter Betrachtungen der Kontakt-Theorie (Evans et al., 1992) und steht im Einklang mit den Messkurven von Bandis et al. (1983). Allerdings zeigt eine Interpretation ihrer Daten eine grössere, gesteinsspezifische Variation dieses Parameters auf. So besitzen z.B. die gemessenen Kalke eine Steifigkeits-Charakteristik von *25 [mm^{-1}]* und Schiefer von *53 [mm^{-1}]*.

Interpretiert man ausserdem noch Ergebnisse von Jung (1986), der in einer in-situ Messung an einem grossflächigen Riss Änderungen des Bohrlochkalipers als Funktion des Druckes aufträgt, dann erhält man einen Koeffizienten von unter *20 [mm^{-1}]* (für Granit!). Leider stellt diese Messung der einzige uns bekannte Feldversuch dar, sodass man nicht unbedingt auf einen Massstab-Effekt schliessen kann.

Diese Beobachtungen zeigen, dass eine Einbeziehung des charakteristischen Steifigkeitskoeffizienten in die Sensitivitätsuntersuchungen sehr nötig ist. Hier war ebenfalls die Simulation CV-E das Grundmodell. Es wurden mehrere Berechnungen mit unterschiedlichen Koeffizienten von *70 [mm^{-1}]* bis *30 [mm^{-1}]* durchgeführt, deren Resultate in Fig.8-3 dargestellt sind. Es zeigt sich, dass kleinere Koeffizienten den Riss sehr flexibel machen, der Riss reagiert dann auf eine Druckerhöhung mit einer grösseren Kluftweite. Die Folgen sind ebenfalls in Fig.8-3 dargestellt: die Produktionsrate steigt noch stärker an, die Temperatur sinkt dadurch schneller ab. Fig.8-3 belegt ebenfalls, dass diese erhöhte Rissöffnung nur auf den Steifigkeitskoeffizient und nicht auf eine kleinere Normalspannung auf den Riss zurückzuführen ist.

8.5 Thermische Leistung

Bislang wurde mit Absicht keine Energieprognosen für dieses einfache "HDR-Modell" erstellt. Allerdings kann man nicht umhin, auf einen interessanten Effekt hinzuweisen, der sich im Langzeitverhalten für die thermische Leistung bei einer Variation der charakteristischen Kluftsteifigkeit ergibt. Die thermische Leistung berechnet sich aus der Ausströmrate und der Temperaturdifferenz des geförderten zum verpressten Fluid zu:

$$p = \rho c \cdot \Delta T \cdot Q_{ext} \qquad (8.4)$$

mit: Q_{ext} Ausströmrate
ΔT Temperaturdifferenz

Im Kapitel 8.4.2 wurde gezeigt, dass die Kluftsteifigkeiten einen enormen Einfluss auf die HDR-Systemparameter besitzen. Auf Fig.8-4 kann man den Verlauf der Energieextraktion aus diesem System für drei unterschiedliche charakteristische Kluftsteifigkeiten verfolgen. Es fällt auf, dass man aus weicheren Klüften mehr Energie entziehen kann als aus harten Klüften.

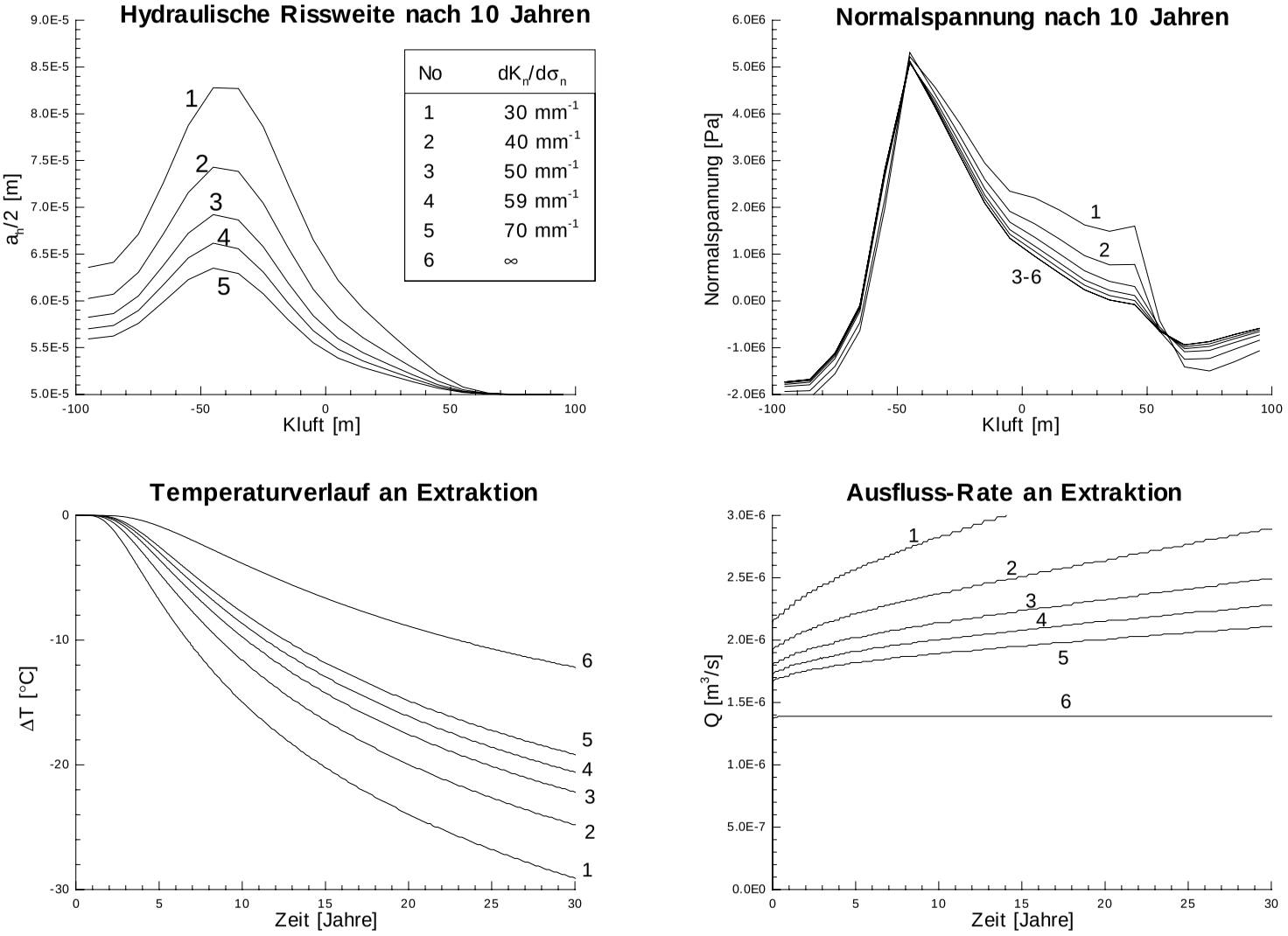


Fig.8-3 Variation der Steifigkeits-Charakteristik des Risses von Modell CV-E. Es sind die Auswirkungen auf die Rissöffnung, die Normalspannung, den Temperaturverlauf am Produktionsbohrloch sowie auf den Verlauf der Produktionsrate dargestellt.

Der Grund liegt im unterschiedlichen Grad der Matrix-Auskühlung: Hohe charakteristische Steifigkeiten öffnen die Kluft leichter, es wird mehr Fluid durch den Riss transportiert, die Matrix kühlt schneller aus und daher reicht die Kältefront weiter in die Matrix hinein. Verglichen mit der Kältefront die bei harten Rissen mit denselben Betriebsparametern entsteht, besitzt diese einen grösseren Umfang. Da der gesamte Wärmefluss von der Matrix zum Riss proportional zur Fläche ist, fliesst aus der Matrix auch mehr Wärme nach, d.h. die Energieausbeute ist grösser.

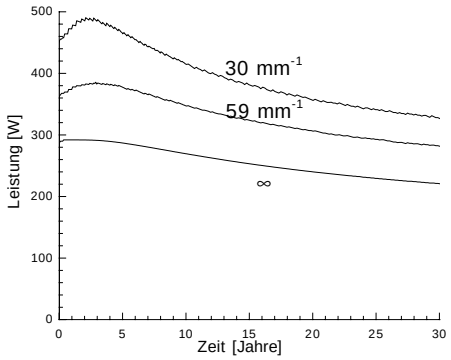


Fig.8-4 Verlauf der thermischen Energieextraktion während 30 Jahren für drei unterschiedliche charakteristische Kluftsteifigkeiten: 30 mm^{-1}, 59 mm^{-1} (der Wert aus Modell CV-E) und unendlich. Der unendliche Wert entspricht einem nicht deformierbaren Riss.

8.6 Vergleiche zu Feldversuchen

Die Geometrie und die Auswahl der Betriebsparameter des "HDR-Systems" aus Kapitel 7 erlauben keine quantitativen Aussagen über das Verhalten eines wahren Systems. Allerdings können qualitative Vergleiche zu Effekten angestellt werden, die einerseits aus Feldversuchen bekannt oder durch die wenigen vorhandenen Daten aus HDR-Versuchen belegt sind.

8.6.1 System-Impedanz

Das wohl bedeutendste Ergebnis der Simulation CV-E ist das Aufzeigen der ganzen Dynamik, die im Systemverhalten steckt. Das Fortschreiten der Temperaturfront in die Matrix verursacht grosse Änderungen der Strömungsrate im Riss durch elastische Mechanismen. Dies hat ebenfalls Konsequenzen auf die Systemimpedanz, die folgendermassen definiert ist:

$$R_S = \frac{P_{inj} - P_{ext}}{Q_{ext}} \tag{8.5}$$

mit: R_S Systemimpedanz
P_{inj} Injektionsdruck
P_{ext} Extraktionsdruck
Q_{ext} Ausströmung

Man erkennt, dass bei ansteigender Strömung die Impedanz des ganzen Systems sinkt. Im Modell CV-E hat sich die Strömungsrate während 30 Jahren um etwa 30% erhöht, daurch verringerte sich die Impedanz des Systems um etwa 25%. Im Verhalten des HDR-Reservoirs (Phase 1) in Fenton Hill wurde ebenfalls eine (ungleich stärkere) Reduktion der Impedanz beobachtet (Dash et al., 1983). Innerhalb von 75 Tagen nach Beginn der Injektion sank die Impedanz auf nur 1/4 des ursprünglichen Wertes ab (Fig.8-5). Hier betrug die Temperaturdifferenz zur ungestörten Gebirgstemperatur allerdings über *100˚C*. Womöglich sind diese viel stärkeren Effekte durch (ungewolltes) hydraulisches Spalten verursacht worden, als die effektive Tangentialspannung die Zugfestigkeit des Gesteins überstiegen hat.

Fig.8-5 Absinken der Systemimpedanz im Reservoir der Phase 1 von Fenton Hill (aus Dash, 1983). Die obere Kurve ist während eines schwachen hydraulischen Rückdruckes aufgenommen worden und besitzt somit praktisch dieselbe Randbedingung wie in CV-E.

8.6.2 Noordbergum-Effekt

Ein weiteres Phänomen wird bereits durch die Figuren 9-10 und 9-11 dokumentiert. Dieses ist bekannt unter dem Namen Noordbergum- (oder reversibler Druck-) Effekt und tritt in der Extraktionsbohrung während der Injektionsphase

auf. Mehrere Literaturquellen berichten über ein Absenken des Wasserspiegels in dem passiven Bohrloch als Antwort auf den Injektionsbeginn (CSM-Report 1984, Wallroth 1992). Die Änderung des Wasserspiegels tritt wahrscheinlich aufgrund einer Zugspannung in dem klüftigen Bereich um die Extraktion auf, die eine leichte Öffnung der bis dahin geschlossenen Klüfte bewirkt. Die Beobachtung dieses Effektes ist natürlich nur vor der Ankunft des injizierten Fluids möglich.

In den Simulationen mit elastischer Kopplung treten ebenfalls unmittelbar nach Injektionsbeginn Zugspannungen an der Extraktionsstelle auf. Bereits nach etwa *100 s* - das injizierten Fluids erreicht bei etwa *5000 s* das Produktionsbohrloch - ist eine signifikante Spannungserhöhung bei der Produktionsbohrung festzustellen. Obwohl die Grössenordnung dieser Spannungsänderung sehr klein ist (um *1500 Pa*), so würde vermutlich auch hier ein Absenken des Wasserspiegels verursacht werden.

8.6.3 Abdicht-Effekt

In der bisherigen Diskussion ist nur von der Spannung in unmittelbarer Nähe zum Riss die Rede gewesen. Betrachtet man die Spannungsverteilung in der ganzen Matrix, so machen sich grosse Spannungsumlagerungen bemerkbar. Die Ergebnisse der Simulationen legen die Vermutung nahe, dass eine Auswirkung dieser Unterschiede ein möglicher Abdicht-Effekt um das Reservoir sein könnte.

Man kann sich vorstellen, dass die Fluid-Verluste durch klüftige Bereiche im Nahfeld des Reservoirs zustande kommen, die ein Weiterleiten in weit entfernte hochpermeable Zonen ermöglichen. Die Klüfte müssen dafür notwendigerweise in radialer Richtung vom Reservoir ausgehend orientiert sein. Ein Fluidtransport um das Reservoir herum, d.h. in tangentialer Richtung wird wenig Verluste mit sich bringen. Werden die radialen Klüfte durch hohe kompressive Tangentialspannungen geschlossen, so kann der Fluid-Transport stark beeinträchtigt werden.

Fig.8-6 zeigt, dass in etwa *80 m* Entfernung rechts von dem Riss eine starke kompressive Vertikalspannung mit etwa *-1.5 MPa* herrscht. Diese wäre in der Lage, existierende und durch die Injektion aufgeweitete Horizontalklüfte wieder zu schliessen. Die ebenfalls hohen kompressiven Spannungen (*-2.0 MPa*) der Horizontalkomponente oberhalb und unterhalb des Risses zeigen, dass auch hier ein Abdichteffekt durch das Schliessen der vertikalen Klüfte erreicht werden kann.

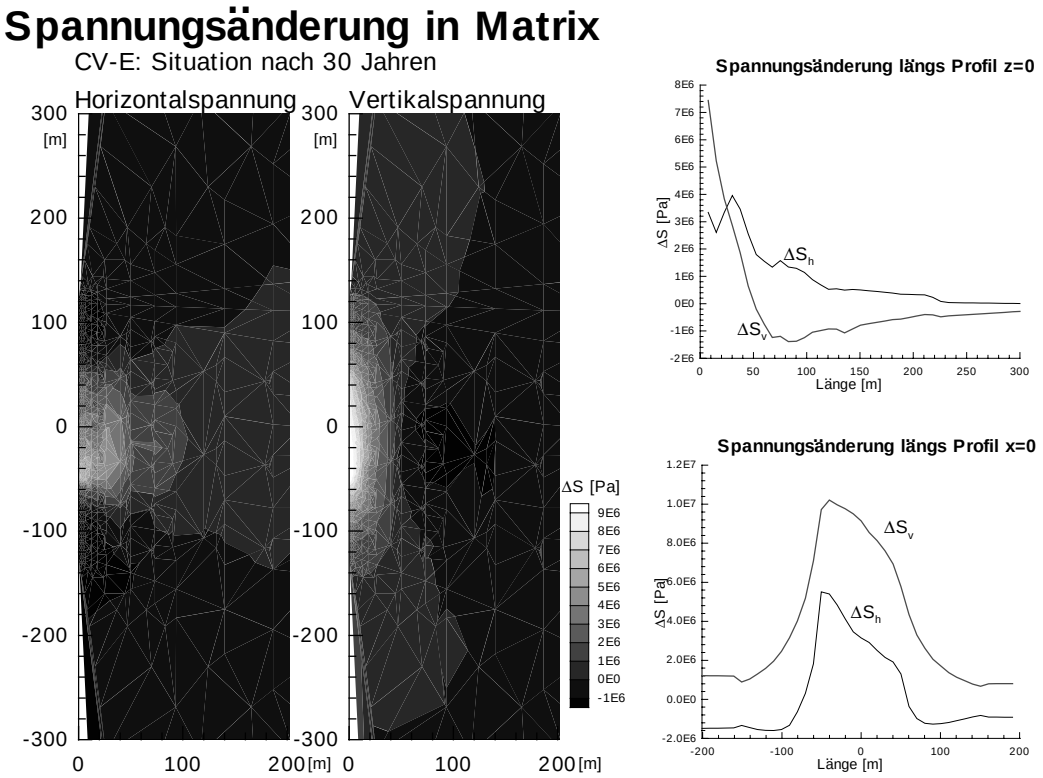


Fig.8-6 Spannungsänderung in Nähe des Risses für Modell CV-E. Die Druckprofile rechts zeigen die beiden Komponenten der Spannung auf einem Profil senkrecht zur Rissoberfläche (oben) und auf einem Profil längs der Rissoberfläche (unten). Deutlich sind die Minima der jeweiligen Radialkomponenten zu sehen.

9 AUSBLICK

In dieser Arbeit sind unseres Wissens zum ersten Mal hydraulische, thermische und felsmechanische Vorgänge im geklüfteten Fels voll gekoppelt simuliert worden. Für die nähere Zukunft ist geplant, anknüpfend an die Ergebnisse des 2D-Modells eine dreidimensionale HDR-Simulation durchzuführen.

In dem FE-Programm *FRACTure* beschränkt sich die System-Kopplung bisher nur auf 2D Vorgänge, was zur Folge hat, dass viele Effekte zu stark eingeschätzt werden. Besonders in unmittelbarer Nähe zum Bohrloch ist mit grösseren Abweichungen von den Simulationsergebnissen zu rechnen. Daher ist es für eine zukünftige korrekte Modellierung der Vorgänge im HDR-Reservoir unausweichlich, eine Erweiterung der Kopplungseigenschaften in *FRACTure* auf 3D vorzunehmen. Damit muss auch eine Erweiterung des Maschengenerators *FRAM* verbunden sein. Dieser kann zwar dreidimensionale Strukturen generieren, aber zu einer umfassenden Modellierung benötigt man auch hier weitere dreidimensionale Maschenstrukturen für räumliche Verfeinerungen.

Der Aufbau von *FRACTure* erlaubt einen einfachen Ausbau für neu zu implementierende, physikalische Eigenschaften. So ist ein nächster Schritt die Simulation von Vorgängen, die lokal effektive Zugspannungen hervorrufen können. Das würde eine der Limitationen der Modellierung aufheben. Bislang muss nämlich immer darauf geachtet werden, dass die effektive Spannung im Riss nicht grösser als *-1 MPa* wird. Ein weiterer Vorgang, der möglicherweise grosse Konsequenzen auf das hydraulische Verhalten des HDR-Systems besitzt, sind Schervorgänge in der Kluft. Die durchgeführten Literaturuntersuchungen zeigen auch hier den Weg zu einer Erweiterung.

In Zukunft muss auch ein Anknüpfungspunkt zu den stochastischen Modellen gefunden werden. Daher wird eine Hauptaufgabe die Generierung und Berechnung komplizierter Kluft-Systeme sein.

Dieses Programm ist für viele Bereiche der Geowissenschaften einsetzbar und bereits jetzt schon an diesem Institut wie auch an auswärtigen Einrichtungen erfolgreich angewandt worden. So darf der zukünftigen Verbreitung und Weiterentwicklung dieses Modellierungswerkzeuges mit Zuversicht entgegengesehen werden.

LITERATUR

Bandis S.C., A.C. Lumsden, N.R. Barton, 1983, Fundamentals of Rock Joint Deformation, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 20, pp 249-268

Barton N., S.Bandis, K.Bakhtar, 1985, Strength, Deformation and Conductivity Coupling of Rock Joints, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., 22, pp 121-140

Bazant Z.P., A.B. Wahab, 1979, Effects of Temperature Profile and Anisotropy on Instability of Parallel Thermal Cracks in Rock, in Hot Dry Rock Characterisation and Modeling, Oct.78 - Sept 79, Los Alamos Report

Bear J., 1979, Hydraulics of Groundwater, McGraw Hill

Biot M.A., 1941, General Theory of Three-Dimensional Consolidation, J.appl.Phys., 12

Brown S.R., Ch.H.Scholz, 1986, Closure of Rock Joints, J. Geophys. Res., 91, pp 4939-4948

Bruel D., M. C. Cacas, and E. Ledoux, 1990 Exploitation de la chaleur des roches chaudes et sèches. Présentation d'un modèle couplé hydro-mechanique, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, ARMINES, Centre d'informatique géologique / Laboratoire d'Hydrologie mathematique, Report No. LHM/RD/90/10

Carslaw H.S., Jaeger, J.C., 1959, Conduction of Heat in Solids, Oxford University Press

Cinco H.L., Samaniego, F.V., Transient, 1981, Pressure Analysis for Fractured Wells, J. Petrol. Tech., pp 1749-1766

Clauser Ch., 1988, Untersuchungen zur Trennung der konduktiven und konvektiven Anteile im Wärmetransport in einem Sedimentbecken am Beispiel des Oberrheingrabens, Dissertation TU Berlin, Fortschrittsberichte VDI, Reihe 19, Nr.28

Cook N.G.W., 1988, Natural Joints in Rock: Mechanical, Hydraulic and Seismic Behavior and Properties under Normal Stress, First Jaeger Memorial Lecture, 29th US-Symposium on Rock-Mechanics Minneapolis [nicht in den offiziellen Proceedings enthalten]

Cornet F.H., B.Valette, 1984, In Situ Stress Determination from Hydraulic Injection Data, J.Geophys.Res., 11,11527-11537

CSM-Report, Hydraulic Results of Phase 2, Internal Report, Camborne School of Mines, Report Number 2-49, 1984.

Cundall P. A., 1980, UDEC-A generalised distinct element program for modelling jointed rock., Report No. DAJA37-79-C-0548

Cundall P. A., 1983, Fluid-rock interaction program (FRIP): a computer model of a HDR reservoir, Phase 2A Final Report, Camborne School of Mines, Group 4 Part 2

Cuthill E., 1972, Several Strategies for Reducing the Bandwidth of Matrices, in Sparse Matrices and their Applications, ed. D.J.Rose, Plenum Press, New York

Dash Z., 1983, Hot Dry Rock Geothermal Reservoir testing: 1978-80, J. Volcanol. and Geotherm. Res., 15, 59-99.

Evans K.F., T.Kohl, R.J.Hopkirk and L.Rybach, 1992, Modelling of Energy Production from Hot Dry Rock Systems, ETH Zürich / Polydynamics Ltd., Zürich, Endbericht für den Nationalen Energie-Forschungsfonds (NEFF), No.359

Gärtner S., 1987, Zur diskreten Approximation kontinuumsmechanischer Bilanzgleichungen, Bericht Nr. 24/1987, Institut für Strömungsmechanik und Elektron. Rechnen im Bauwesen, Universität Hannover

Gelhar L.W., 1984, Stochastic analysis of flow in heterogeneous porous media, in Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media, edt. Bear & Corapcioglu, Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht (NL)

Gibbs N.E., W.G.Poole, P.K.Stockmeyer, 1976a, An Algorithm for Reducing the Bandwidth and Profile of a Sparse Matrix, in SIAM Journal on Numerical Analysis, 13, pp 236-250

Gibbs N.E., W.G.Poole, P.K.Stockmeyer, 1976b, A Comparison of Several Bandwidth and Profile Reduction Algorithms, in ACM Transactions on Mathematical Software, Vol.2, No.4, pp 322-330

Hopkirk R. J., D. J. Gilby, L. Rybach, J.-C. Griesser, 1985, Modelling of heat and mass transfer in deep, fractured, crystalline rock, Geothermics, 14, 385-392

Houpert A., J.Delouvrier, R.Iffly, 1965, Fonctionnenemnt d'un doublet hydraulique de refroidissement, La Houille Blanche, n^{o} 3, pp. 239-246

Hughes T.J.R., 1987, The Finite Element Method, Prentice Hall

Hughes T.J.R., T.B. Belytschko, 1989, Recent Advances in Non-Linear Finite Element Analysis, Lehrgang von ZACE Services Ltd, Lausanne, September 1989

Istok J., 1989, Groundwater Modeling by the Finite Element Method, American Geophysical Union, Water Monograph

Jung R., 1986, Erzeugung eines großflächigen künstlichen Risses im Falkenberger Granit durch hydraulischen Spalten und Untersuchungen seiner mechanischen und hydraulischen Eigenschaften, Berichte des Institutes für Geophysik der Ruhr-Universität Bochum, Reihe A, 20,

Jung R., 1990, Hydraulic Fracturing and Hydraulic Testing in the Granitic Section of Borehole GPK1, Soultz sous Forets, Bundesanstalt für Geowissenschaften, Hannover, BGR Report 106616

Kappelmeyer O., R.Hänel, 1974, Geothermics with special reference to application, Berlin, Gebrüder Bornträger, Geoexploration Monograph, series 1. - No.4

Kiraly L., 1985, FEM301 - A Three Dimensional Model for Groundwater Flow Simulation, NAGRA, Technischer Bericht 84-49

Kohl T., 1992a, FRACTure Eingabebeschreibung, Interner Bericht, Institut für Geophysik, ETH Zürich

Kohl T., 1992b, FRACTure Verifikationen, Interner Bericht, Institut für Geophysik, ETH Zürich

Kröhn K.-P., 1991, Simulation von Transportvorgängen im klüftigen Gestein mit der Methode der Finiten Elemente, Bericht Nr. 30/1991, Institut für Strömungsmechanik und Elektron. Rechnen im Bauwesen, Universität Hannover

Kümpel H.-J., 1991, Poroelaticity: parameters reviewed, Geophys.J.Int., 105, pp 783-799

Louis C., 1967, Strömungsvorgänge in klüftigen Medien und ihre Wirkung auf die Standsicherheit von Bauwerken und Böschungen im Fels, Veröffentlichung des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik, TH Karlsruhe, Heft 30

Makurat A., N.Barton, N.S.Rad, S.Bandis, 1990, Joint Conductivity Variation due to Normal and Shear Deformation, Balkema, Rotterdam, Proceedings of the international Symposium on Rock Joints (Loen 1990)

Marsily G. de, 1986, Quantitative Hydrogeology: Groundwater Hydrogeology for Engineers, Academic Press, London

Medici F., 1992, Radontransport in der Schweiz, ETH Zürich, Dissertation in Vorbereitung,

Murphy H.D., 1988, Hot Dry Rock Reservoir Engineering, in: Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Geothermal Reservoir Engineering, Antalya, Editor E.Okandan, NATO ASI Series, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht

Nazaroff W.W., A.V. Nero, Radon and its Decay Products in Indoor Air, John Wiley & Sons

Nemat-Nasser S., L.M. Keer, 1979, Thermally and hydraulically Induced Tension Cracks, in Hot Dry Rock Characterisation and Modeling, Oct.78 - Sept 79, Los Alamos Report

Nur A., J.D. Byerlee, 1971, An Exact Effective Stress Law for Elastic Deformation of Rock with Fluids, J. Geophys. Res., 76, Nr.26

Sauty J.-P., 1991, Du comportement thermique des réservoirs aquifères exploités pour le stockage d'eau chaude ou la géothermie basse enthalpie, Thèse d'état, Grenoble

Schrauf T.W., D.D. Evans, 1986, Laboratory studies of gas flow through a single natural fracture, Wat. Resour. Res., 22, pp 1038-1050

Schwarz H.R., 1981, FORTRAN-Programme zur Methode der finiten Elemente, B.G.Teubner Verlag, Stuttgart

Smolka K., O. Kappelmeyer, 1990, Economic Appraisal of HDR Power Plants, Hot Dry Rock, CSM Conference, edt. R.Baria, Robertson Scientific Publications, London

Stratford R.G., A.W.Herbert, C.P.Jackson, 1990, A parameter study of the influence on fracture flow and the consequences in a fracture network, Balkema, Rotterdam, Proceedings of the international Symposium on Rock Joints (Loen 1990)

Telford W.M., 1983, Radon Mapping in the Search for Uranium, in: Developments in Geophysical Exploration Methods-4 (Editor A.A.Fitch), Applied Science Publisher LTD, London

Terzaghi K., 1923, Die Berechnung der Durchlässigkeitsziffer des Tones aus dem Verlauf von hydrodynamischen Spannungserscheinungen, Sitzungsber. Akad. Wiss. Wien Math Naturwiss. Kl.Abt 2A, 132

Tester J.W., H.D. Murphy, C.O.Grigsby, R.M. Potter, B.A. Robinson, 1988, Fractured Geothermal Reservoir Growth Induced by Heat Extraction, in Hot Dry Rock Research, A Compendium of Publications Oct.87-Sept.88, zus.getragen von S.A.Birdsell, Los Alamos Reports

Timoshenko S.P., J.N. Goodier, 1970, Theory of elasticity, McGraw-Hill

Tsang Y.W., C.F.Tsang, I.Neretnieks, L.Moreno, 1988, Flow and Tracer Transport in Fractured Media: a Variable Aperture Channel Model and its Properties, Wat. Resour. Res., 24, pp-2049-2060

Turcotte D. ,G. Schubert, 1982, Geodynamics, John Wiley & Sons, Inc

Wallroth, T., Hydromechanical Breakdown of Crystalline Rock, Ph.D. Thesis, Göteborg University, Sweden, 1992

Watson D.F., 1982, Automatic Contouring of Raw Data, Computers & Geoscience, 8, pp. 97-101

Wollrath J., 1990, Ein Strömungs- und Transportmodell für klüftiges Gestein und Untersuchungen zu homogenen Ersatzsystemen, Bericht Nr. 28/1990, Institut für Strömungsmechanik und Elektron. Rechnen im Bauwesen, Universität Hannover

Zimmermann T., 1989, persönliche Gespräche und Beratung, EPF Lausanne

Zienkiewicz O.C., R.L. Taylor, 1989, The Finite Element Method - 4th edition, Vol.1, Basic Formulations And Linear Problems, McGraw-Hill, London

A VERIFIKATIONEN

Die Verifikationen von *FRACTure*, die in diesem Kapitel vorgestellt werden, stellen die interessantesten Beispiele einer Sammlung unterschiedlicher Vergleichsmodelle dar (Kohl, 1992b). Diese dienen in erster Linie dazu, einen Überblick über die Güte der numerischen Resultate zu erhalten, wobei in Einzelfällen sicherlich mit geeigneteren räumlichen und zeitlichen Diskretisierungen eine bessere Anpassung erreicht werden könnte.

Es werden zuerst zwei transiente Probleme für die Diffusionselemente (Thermik oder Hydraulik) modelliert, danach ein stationäres Problem mit radioaktivem Zerfall, das durch zwei weiter physikalische Mechanismen definiert ist, und zuletzt ein elastostatisches Problem. Wenn bei denselben Problemfällen lineare und quadratische Elemente berechnet werden, so ist wegen eines besseren Vergleichs jeweils die Knotenanzahl möglichst konstant gehalten. Es zeigte sich in den Vergleichen praktisch durchweg, dass die quadratischen Elemente bessere Anpassungen an die analytischen Ergebnisse liefern als die linearen.

Die in den Anhangskapiteln verwendete Notation entspricht grundsätzlich denen, in der am Anfang dieser Arbeit widergegebenen Notationsliste. Hier kommt oft einzelnen Variablen nur eine kapitelweise Bedeutung zu, diese werden dann nicht in die offizielle Liste übernommen.

1.1 Instationärer Temperaturangleich

1.1.1 Modellfall

Folgendes einfache Problem sei gestellt: die Temperatur eines Stabes sei überall $0^{\circ}C$. Nachdem das eine Ende des Stabes plötzlich konstant auf $1^{\circ}C$ erwärmt wird, wird sich in der Folge der ganze Stab ebenfalls erwärmen. Diese Erwärmungsphase wird simuliert. Es kann erwartet werden, dass sich die Punkte des Stabes, die näher an der Wärmequelle liegen, schneller erwärmen als die weiter entfernt liegenden Punkte.

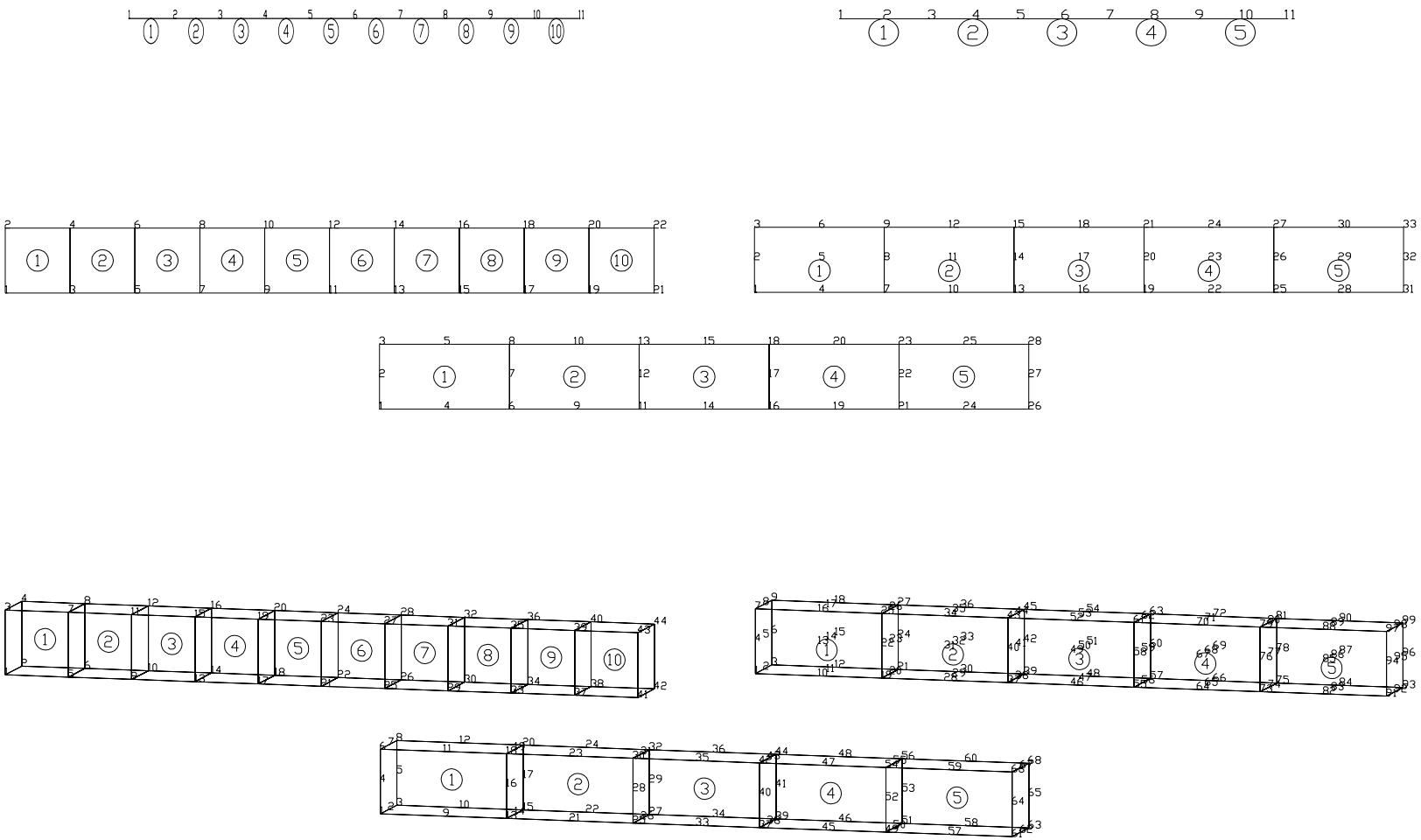


Fig.A-1 Diskretisierung eines Stabes mit 1D Elementen (oben), 2D Elementen (mitte) und 3D Elementen (rechts). Es werden Ansatzfunktionen für lineare (linke Spalte), Serendipity- (nach unten versetzte mittlere Spalte) und Lagrange-Elemente (rechte Spalte) gewählt. Die eingerahmten Zahlen geben die Elementnummer an, die anderen die Knotennummer.

Die Länge des Stabes wird mit *10 m* und die Breite der beiden Querseiten mit je *1 m* angenommen. Die hypothetische Temperaturleitfähigkeit (Diffusivität) besitzt den Einheitswert von *1* m^2s^{-1}. Dieses 1D-Problem lässt sich folglich mit 1D, 2D, und 3D Elementen lösen. Die Diskretisierung wurde so gewählt, dass die Knoten in Längsrichtung des Stabes jeweils im Abstand von *1 m* voneinander liegen. Daraus folgt dann auch das Elementvolumen für lineare Elemente mit *1* m^3 und für quadratische Elemente mit *2* m^3. Die Fig.A-1 zeigt die Diskretisierung für die unterschiedlichen 1D, 2D, und 3D Elemente (jeweils mit linearen und quadratischen Ansatzfunktionen), deren Verhalten in diesem Vergleich berechnet wurde.

1.1.2 Analytische Lösung

Die analytische Lösung dieses Problems wird von der komplementären Error-Funktion beschrieben, welche für *0* den Wert *1* annimt und für ∞ nach *0* strebt. Nach Carslaw & Jaeger (1959) gilt:

$$T = A \cdot \operatorname{erfc}\left[\frac{r}{2 \cdot \sqrt{\kappa \cdot t}}\right] \qquad \text{(A.1)}$$

mit:
- T Temperatur
- r Entfernung von Wärmequelle
- κ Temperaturleitfähigkeit
- A Amplitude

Man sieht, dass bei kleineren Entfernungen von der Wärmequelle höhere Temperaturwerte erreicht werden als bei grösseren Entfernungen. Selbstverständlich verursachen auch längere Zeiten höhere Temperaturen.

1.1.3 Ergebnisse

Bei diesem Problem wurde mit zwei verschiedenen Zeitinkrementen (*0.1 s* und *0.5 s*) für jeden der acht Elementtypen eine Berechnung durchgeführt, also zusammen 16 Rechenläufe. Die zeitabhängigen Temperaturwerte der Knoten wurden mit den analytisch berechneten Werten verglichen (Fig.A-2). Wie erwartet stimmen alle Berechnungen gut mit der analytischen Lösung überein. Es zeigt sich, dass die 1D, 2D und 3D Elemente bei gleicher Ansatzfunktion nahezu dieselben Resultate liefern und daher nicht separat dargestellt werden müssen. Allerdings ergeben unterschiedliche Ansatzfunktionen auch andere Ergebnisse, wobei die Qualität der quadratischen Berechnungen etwas über der der linearen liegt. Zwischen den quadratischen Berechnungen treten minimale Unterschiede auf, die auf den Figuren nicht mehr darstellbar sind.

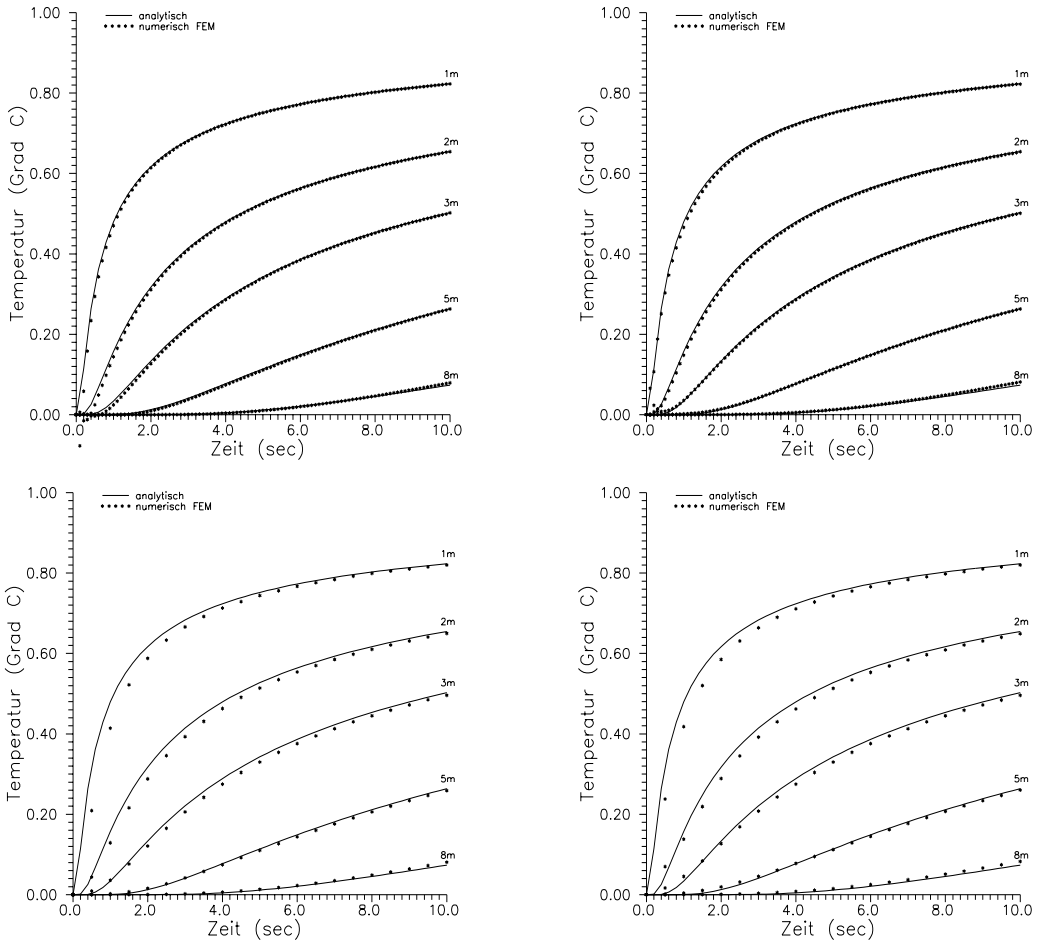


Fig. A-2 Temperaturverlauf einzelner Knoten von lineare Elementen (links) und quadratischen Elementen (rechts) jeweils bei unterschiedlichen Zeitschrittlängen. Die obere Reihe wurde für Zeitschritte von 0.1 s und die untere Reihen für Zeitschritte von 0.5 s berechnet. Die analytische Lösung ist mit durchgezogenen Linien gezeichnet.

Die grössten Fehler treten unmittelbar nach Beginn der Erwärmung bei den Knoten auf, die sich in *1 m* Entfernung von der Wärmequelle befinden. Zu diesem Zeitpunkt besitzen diese Knoten auch den höchsten Temperaturgradienten während der gesamten Berechnung. Um diese Werte auch optimal zu berechnen, hätte man die Zeitschrittlänge noch stärker veringern müssen. Daher zeigt auch die Berechnung bei Zeitschritten von *0.1 s* bessere Ergebnisse als die mit den grösseren Zeitinkrementen von *0.5 s*.

1.2 Strömung in einen Aquifer

1.2.1 Modellfall

Man betrachtet einen dreidimensionalen Untergrund in den durch ein abgepakkertes Bohrloch stetig Wasser mit einer bestimmten Fliessrate in einen Aquifer

injiziert wird. Zu Beginn wird das Druckpotential überall konstant angenommen. Es ist zu erwarten, dass der hydraulische Druck im Aquifer von dem Bohrloch ausgehend ansteigt. Das zeitabhängige Verhalten des hydraulischen Druckes im Untergrund wird im folgenden näher untersucht.

Hierbei handelt es sich um ein 3D-Problem, welches in zweidimensionalen Zylinderkoordinaten mit einer radialen und einer Tiefenkomponente, bzw. mit kartesischen 3D-Koordinaten berechnet werden kann. Es wird angenommen, dass sich die äusseren Grenzen des diskretisierten Gebietes so weit von dem Injektionsbereich entfernt befinden, dass der Einfluss der Injektion dort vernachlässigbar ist und eine Dirichlet Randbedingung angenommen werden kann. Daher wurden die Grenzen des Gebietes *1000 m* von der Injektion entfernt angenommen. Der Injektionsbereich selber verlangt eine sehr feine Diskretisierung. Sowohl für die 2D Berechnung in Zylinderkoordinaten wie auch für die 3D Berechnung in kartesischen Koordinaten wurden Elemente mit einer minimalen Kantenlänge in radialer Richtung von *10 cm* benutzt. Diese Kantenlänge wurde im Fernfeld schrittweise bis auf *200 m* vergrössert. In *z*-Richtung ist eine Tiefe von *4 m* angenommen worden, die in der 2D-Berechnung in 5 Knoten unterteilt wurde. Die 3D Diskretisierung wurde grobmaschiger gewählt, um die Rechengeschwindigkeit erträglich zu machen. Einerseits wurde die *z*-Richtung durch 3 Knoten dargestellt und andererseits auch eine schnellere radiale Vergröberung angenommen. Da dieses Problem zwei Symmetrieachsen durch das Bohrloch besitzt, musste für die 3D Berechnung nur ein Viertel des gesamten Gebietes diskretisiert werden.

Die Materialparameter sind für einen homogenen Untergrund angenommen, der eine Diffusivität von $1\ m^2s^{-1}$ und eine hydraulischen Leitfähigkeit von $10^{-4}\ m\,s^{-1}$ besitzt. Die Einströmrate wurde auf $10^{-3}\ m^3s^{-1}$ festgelegt.

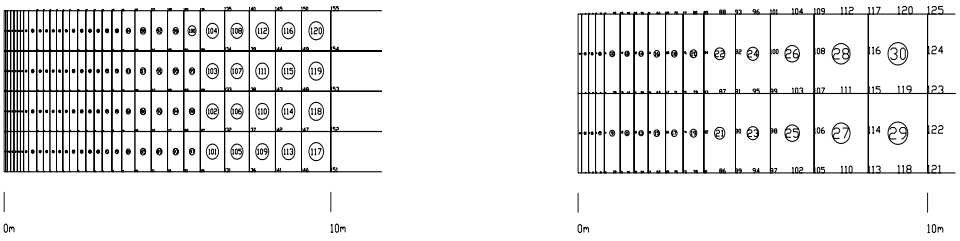


Fig.A-3 Diskretisierung für 2D Berechnung in Zylinderkoordinaten, links lineare 4-Knotenelemente, rechts serendipityartige 8-Knotenelemente. Das Bohrloch befindet sich längs der sehr feinen Diskretisierung auf der linken Seite.

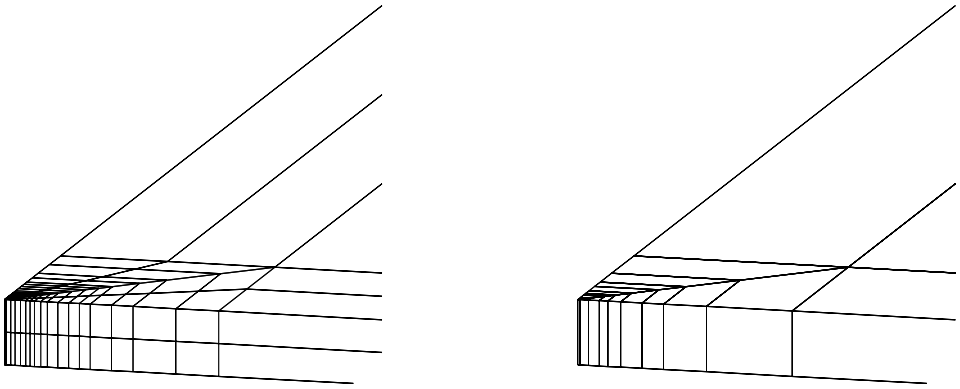


Fig. A-4 Diskretisierung für 3D Berechnung in einer perspektivischen Ansicht (links lineare 8-Knotenelemente, rechts quadratische Elemente). Das Bohrloch befindet sich längs der senkrecht stehenden linken Kante im fein diskretisierten Gebiet.

1.2.2 Analytische Lösung

Die analytische Lösung beschreibt den Druckanstieg in einem unendlich ausgedehnten Untergrund durch die zweidimensionale Theis-Gleichung beschrieben (Marsily, 1986):

$$P = \frac{Q}{4\pi \mathrm{T}} \int_0^t \frac{\exp\left(\frac{-r^2 \cdot S}{4T \cdot \tau}\right)}{\tau} d\tau \qquad \text{(A.2)}$$

mit: Q Injektionsrate
S spez. Speicherfähigkeit
T Transmissivität
r radiale Entfernung vom Bohrloch

Das Integral ist allerdings nicht ohne weiteres zu lösen. Es existiert eine Näherungslösung, die sogenannte Jacob-Approximation:

$$P = \frac{Q}{4\pi \mathrm{T}} \cdot \ln\left(\frac{4\mathrm{T} \cdot t}{r^2 \cdot S} - 0.577\right) \qquad \text{(A.3)}$$

Bei dieser Näherung entstehen allerdings Fehler, die bei kleineren Werten für *u* zunehmen. So sind bei grösseren Abständen von der Injektion, bzw bei kürzeren Zeiten analytische Ungenauigkeiten zu erwarten.

1.2.3 Ergebnisse

Bei der Bewertung der Ergebnisse sind die Ungenauigkeiten der analytischen Näherungslösung zu beachten. Diese wirken sich insbesondere auf die Genauigkeit der entfernt liegenden Punkte aus. Der Potentialverlauf der analytischen Berechnung für den *1.2m* entfernten Punkt ist bereits mit einem Fehler von

über *4%* behaftet. Hier ist die numerische Lösung auf jeden Fall genauer. Die gewählte Diskretisierung ist sowohl für die 2D Berechnung in Zylinderkoordinaten wie auch für die kartesische 3D Berechnung vollkommen ausreichend. Die Ergebnisse sind für dieselben Ansatzfunktionen bei unterschiedlicher Dimension nahezu identisch, wobei die Abweichungen weniger als 1% ausmachen und graphisch nicht mehr unterscheidbar sind. In beiden Fällen ist die Genauigkeit der quadratischen Elementen höher.

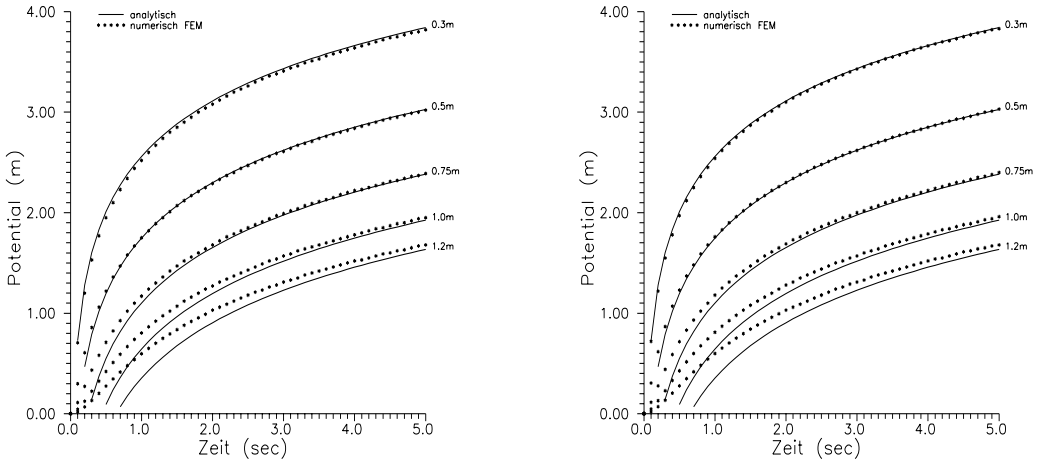


Fig.A-5 Vergleich der Entwicklung des Druckpotentials in bestimmten Entfernungen zwischen analytischer und numerischer 2D Berechnung in Zylinderkoordinaten (links lineare Elemente, rechts quadratische (Lagrange-) Elemente. Auf die Darstellung der Serendipity-Elemente wurde verzichtet, da sie nahezu identische Ergebnisse wie die Lagrange-Elemente liefern. Da auch die 3D Ergebnisse nicht von denen der 2D Zylinderberechnung unterscheidbar sind, wurden diese ebenfalls nicht dargestellt.

1.3 Radon-Transport mit Diffusion, Advektion, Zerfall

1.3.1 Modellfall

Im Rahmen einer Radonuntersuchung der Forschungsgruppe Geothermik und Radiometrie (Medici, 1992) ist die Anwendung speziell entwickelter Elemente mit radioaktivem Zerfall für die Modellierung von Radontransport im Untergrund notwendig geworden.

Man betrachte einen eindimensionales Gebiet mit *10 m* Länge, an dessen rechten Ende eine Radon-Konzentration von *1 Bq* und an dessen linken Ende eine Konzentration von *0 Bq* herrscht. Es werden verschiedene Mechanismen betrachtet, die in diesem Gebiet aktiv sind. Bei einem rein diffusiven Transport ist im stationären Angleich eine lineare Abnahme der Konzentration mit einem konstanten Gradienten zwischen diesen beiden Enden zu erwarten; d.h. die

mittlere Konzentration in dem Gebiet ist *0.5 Bq*. Erlaubt man hingegen einen zusätzlichen advektiven Transport durch Druckunterschiede mit einer von rechts nach links laufenden Luftgeschwindigkeit, so ist eine im Mittel höhere Konzentration zu erwarten. Ein dritter Mechanismus kann einen Abbau der Radon-Konzentration durch Zerfall zur Folge haben. Wird in einer ruhigen Umgebung (ohne Advektion) zum diffusiven Transport noch dieser Zerfallsmechanismus hinzugenommen, so ist zu erwarten, dass die mittlere Konzentration niedriger als *0.5 Bq* liegt.

Diese drei Mechanismen in dem 1D Gebiet, wurden mit 1D, 2D und 3D Radon-Elementen berechnet. Das Gebiet wurde gleichmässig in *0.25 cm* lange und *1 m* breite, bzw. tiefe Elemente diskretisiert, ähnlich zu dem 1D Fall aus Kapitel A1.1. Als Materialparameter wurden die für den Radontransport in einem Untergrund typischen Werte gewählt: Diffusivität $10^{-6}\ m^2 s^{-1}$, Geschwindigkeit der Luft $10^{-6}\ m\,s^{-1}$ und Zerfallskonstante von Radon $2 \cdot 10^{-6}\ s^{-1}$.

Die Berechnung des Radontransportes wurde in der *FRACTure* Beschreibung kurz in Kap.5.6.5 erläutert.

1.3.2 Analytische Lösung

Derselbe Fall wird von einer analytischen Lösung beschrieben (Telford, 1983), wobei die Konzentration eine Funktion des räumlichen Abstandes der Radonquelle ist:

$$I = I_0 \cdot \exp\left(\frac{(l-r)\mathbf{v}_l}{2D} \right) \cdot \frac{\sinh\left(r \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{v}_l^2}{4D^2} + \frac{Z}{D}} \right)}{\sinh\left(l \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{v}_l^2}{4D^2} + \frac{Z}{D}} \right)} \qquad \text{(A.4)}$$

mit: I_0 Radongehalt bei $r = l$
r Abstand
l Länge des Gebietes

Deutlich ist, dass für den Punkt $r = l$ die Konzentration dem Wert I_0 an der Quelle entspricht, hingegen bei der Stelle $r = 0$ keine Konzentration mehr vorhanden ist.

1.3.3 Ergebnisse

Im folgenden wird lediglich eine Berechnung graphisch dargestellt. Die Ergebnisse der Berechnungen mit höherer Dimension entsprechen genau denjenigen für den 1D Fall. Auch ergeben sich für die *0.25 cm* Diskretisierung keine sichtbaren Unterschiede für lineare oder quadratische Berechnungen. Die eine

Graphik enthält 3 Fälle mit unterschiedlich aktivierten Mechanismen: Diffusion und Advektion; Diffusion und Zerfall; Diffusion, Advektion und Zerfall. Es fällt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen allen analytischen und numerischen Resultaten auf. Zur besseren Darstellung der niedrige Werte wurde neben einer linearen Skala auf der y-Achse auf einer zweiten Figur eine logarithmische Skala gewählt. Die Abweichungen sind alle weit unter *1%*. Die Genauigkeit der numerischen Berechnung lässt für gröber diskretisierte Modelle jedoch schnell nach. So erreichen die Abweichungen für einen *1 m* diskretisierten Untergrund bereits *8%*.

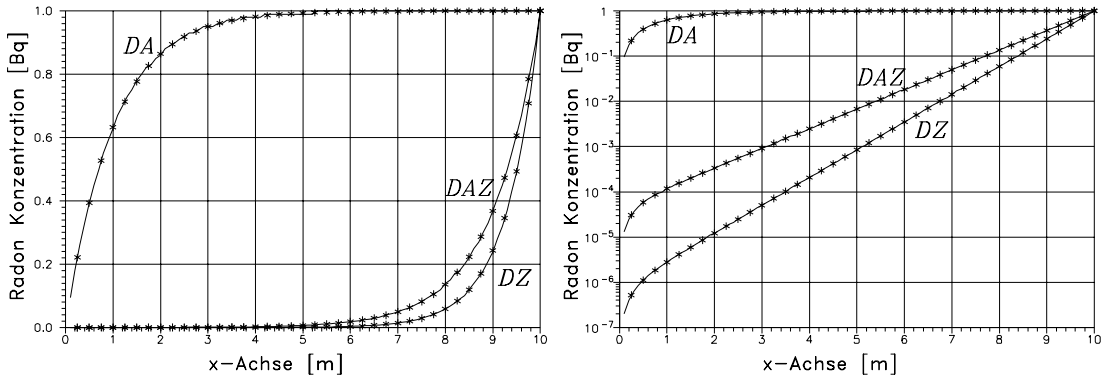


Fig.A-6 Vergleich der stationären Konzentrationen für 3 Fälle mit unterschiedlich aktivierten Mechanismen: Diffusion und Advektion (DA), Diffusion und Zerfall (DZ), Diffusion, Advektion und Zerfall (DAZ). Die numerisch berechneten Werte sind durch Sternchen dargestellt. Beide Darstellungen sind identisch, die linke Abbildung mit einer logarithmische Skala zeigt lediglich die kleineren Werte besser.

1.4 Stationäres elastisches Bohrlochproblem, Kirsch-Lösung

1.4.1 Modellfall

Das Problem der Spannungsverteilung um Bohrlöcher wird seit langem studiert, in den Geowissenschaften besonders bei der Auswertung von sogenannten "Bohrlochausbrüchen". Die Bohrlochstabilität wird von den starken Spannungsunterschieden in der Umgebung des Bohrloches bestimmt. Kann das Gestein diese Spannungen nicht aufnehmen, so brechen Teile aus seinem Verband heraus und stürzen in das Bohrloch. Eine analytische Lösung zu dieser Problematik existiert bereits seit 1898 durch Kirsch. Daher war dies auch ein naheliegender Ansatzpunkt einer numerischen Simulation mit den Elastizitätselementen.

Man betrachte eine 2D Platte, die in der Mitte gelocht ist. Senkrecht auf die Seiten der Platte sind bestimmte Spannungen aktiv, wobei jeweils die beiden parallel liegenden Seiten dieselbe Spannungen besitzen. Senkrecht zur Platte selber sind keine Deformationen zugelassen. Die Spannungen werden von den äusseren Rändern bis zum inneren Bohrlochrand abgebaut, da am Bohrloch keine Spannungen angreifen.

In dem numerischen Modell wird der Fall auf ein Bohrloch in kristallinem Gestein übertragen. Die äusseren Grenzen des Gebietes befinden sich *50 m* vom Bohrlochrand entfernt. Da dieses Problem zwei Symmetrieachsen durch das Bohrloch besitzt, muss lediglich ein Viertel des gesamten Gebietes diskretisiert werden, wobei eine korrekt berücksichtigte Randbedingung senkrecht zu den Symmetrieachsen keine Deformation zulässt. Die Materialparameter spielen in dieser Berechnung keine Rolle. Das Bohrloch besitzt den Einheitsdurchmesser von *1 m* und die Gebirgsspannungen sind *16 MPa* für die kleinste Horizontalspannung und *26 MPa* für die grösste Horizontalspannung. Für die dritte Dimension, die eine Tiefe von *1 m* besitzt, wurde keine Verformung zugelassen. Dieses 2D Modell ist mit allen Ansatzfunktionen mit 2D und 3D elastischen Kontinuumselementen berechnet worden. Fig.A-7 zeigt die Diskretisierung jeweils mit einem Beispiel pro Dimension, wobei die Gegend um das Bohrloch feiner unterteilt wurde.

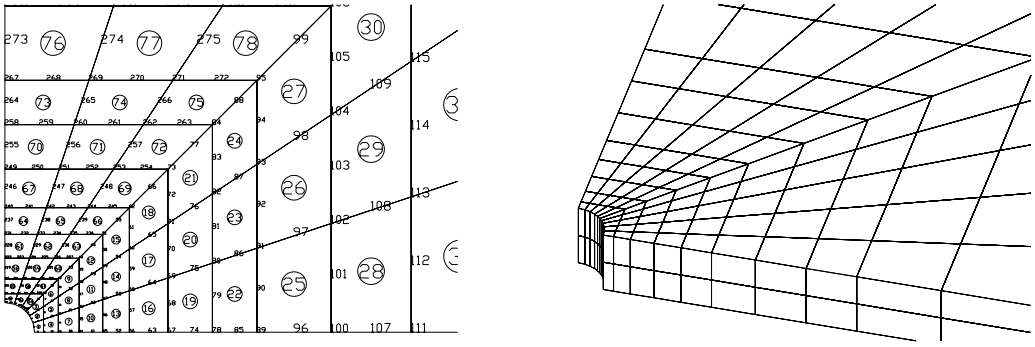


Fig.A-7 Beispiele für die Diskretisierung des elastischen Bohrloch-Problems mit 2D-Serendipity-Elementen (links) und mit 3D-linearen Elementen (rechts). Das Bohrloch wurde selber nicht diskretisiert.

1.4.2 Analytische Lösung

Die analytische Lösung von Kirsch wird von Timoshenko (1970) zitiert. Sie beschreibt die Spannung als Funktion des Abstandes vom Bohrloch. Für die radiale Spannungskomponente lautet die Gleichung folgendermassen:

$$\sigma_r = \frac{S_H + S_h}{2} \cdot \left[1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^2\right] + \frac{S_H + S_h}{2} \cdot \left[1 - 4\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 + \left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right] \cdot \cos(2\theta) \qquad \text{(A.5)}$$

mit
σ_r radiale Spannungskomponente
r Bohrlochradius
r_0 Abstand von Bohrlochmitte
S_H maximale Horizontalspannung
S_h minimale Horizontalspannung
θ Winkel zur maximalen Horizontalspannung

Man erkennt aus dieser Gleichung, dass man in grösserer Entfernung vom Bohrloch für $\theta = 0^\circ$ die maximale Hauptspannung und für $\theta = 90^\circ$ die minimale Hauptspannung erhält.

1.4.3 Ergebnisse

Die Ergebnisse zeigen die Grösse der radiale Spannungskomponente senkrecht zu den Plattenrändern (d.h. parallel zu den beiden Hauptspannungsrichtungen). Es muss berücksichtigt werden, dass die Spannungen der Kontinuumselemente aus den Knoten-Verschiebungen mit Hilfe der Ansatzfunktionen an den Integrationspunkten zurückberechnet werden. Da sich diese Integrationspunkte nicht genau auf einer Gerade befinden, ist bei grösser werdendem Winkel zu der Gerade, an der die analytischen Werte berechnet werden, auch eine grössere Abweichung zu erwarten (siehe den *cosinus*-Term in der Gleichung A.5). Es ist dann nicht erstaunlich, dass man mit den linearen Elementen relativ schlechte Spannungswerte erhält, denn die bereits etwas schlechteren Verschiebungswerte liefern wegen der linearen Ansatzfunktionen nochmals schlechtere Spannungswerte. So sind selbst im eng diskretisierten Bereich um das Bohrloch sehr grosse bis zu 20% erreichende Abweichungen die Folge. Hingegen zeigen alle vier quadratischen Berechnungen (Lagrange und Serendipity in zwei Dimensionen) sehr gute Übereinstimmung mit der analytischen Kurve. Abweichungen sind grösstenteils auf den räumlichen Abstand von dem Punkt zurückzuführen, an dem die analytische Berechnung gültig ist.

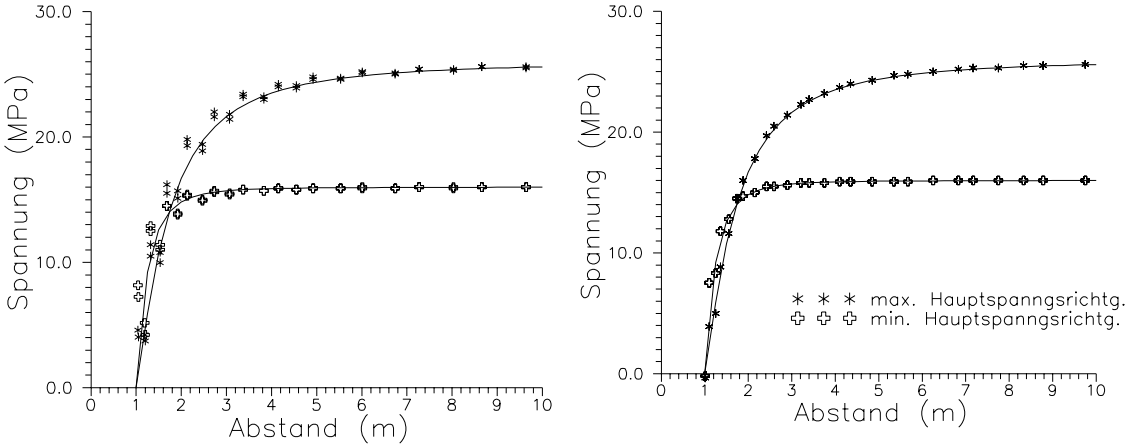


Fig.A-8 Vergleich der radialen Spannungskomponente für die beiden Hauptspannungsrichtungen (links lineare 2D Berechnung, rechts quadratische (Serendipity-) 3D Berechnung. Auf die Darstellung der Berechnungen anderer Elemente wurde verzichtet, da entweder die lineare 3D Berechnung mit der linken Abbildung oder die anderen quadratischen Berechnungen mit der rechten Abbildung praktisch identisch sind.

B MODELLIERUNG DES STIMULATIONSTESTES 88DEC13

2.1 Einführung

FRACTure ist auch zur Interpretation hydraulischer Injektionsdaten erfolgreich eingesetzt worden. Der modellierte Stimulationstest 88DEC13 wurde an dem HDR Testgelände in Soultz (Frankreich) von Jung (1991) durchgeführt. Während des Testes wurden im Bohrloch GPK-1 $524\ m^3$ Wasser mit $3.3\ l\ s^{-1}$ in einen Bereich zwischen 1968 m und dem Bohrlochtiefsten bei 2000 m injiziert. Aus Televiewer Messungen konnte ein achsialer Riss zwischen 1968 m und 1991 m ausgemacht werden, der an einer Verschneidung mit einer natürlichen Kluft endet. Durch weitere Messungen konnte dieser Bereich als Ursprung eines artesischen Zuflusses identifiziert werden.

Die Interpretation dieses Datensatzes basiert auf der hydraulischen Beschreibung des Verhaltens eines Risses mit geschlossenem Ende von Cinco & Samaniego (1981), die unter dem Namen "Bilineare Strömungstheorie" veröffentlicht wurde. Eine Anpassung des gemessenen Datensatzes an Modelle, die mit der Bilinearen Theorie erstellt wurden, gelang nur für die ersten 500 s nach Beginn der Injektion. Offensichtlich konnte die Randbedingung eines geschlossenen Risses nicht mit den Daten in Einklang gebracht werden. Dies ist der Aufhängepunkt einer numerischen Modellierung dieses Problems, denn erstens kann das FRACTure Merkmal der ineinanderliegenden 2D/3D Elemente (siehe Kapitel 5.2) anhand der Cinco Theorie verifiziert werden und zweitens ermöglicht die Numerik eine Interpretation des Datensatzes für einen Riss mit offenem Ende. Für beide Untersuchungen wurde ein Modell aufgesetzt.

2.2 Bilineare Strömungstheorie

Cinco & Samaniego (1981) untersuchten das instationäre Strömungsverhalten in einem einzigen, vertikal liegenden, undeformierbaren Riss. Die Bilineare Strömungstheorie umfasst zwei mögliche lineare Fliessrichtungen: vom Bohrloch in den Riss und senkrecht dazu vom Riss in das poröse Medium.

Obwohl diese Theorie für eine konstante Produktionsrate (d.h. das in Riss und Matrix gespeicherte Wasser fliesst kontrolliert mit konstanter Rate in das Bohrloch) entwickelt wurde, lässt es sich ebenso für die Interpretation eines Injektionstestes anwenden. Sind während eines solchen Versuches zwei Fliessphasen

auf dem Datensatz erkennbar - die Voraussetzungen dafür wurden von Cinco & Samaniego in ihrem Paper diskutiert - so erlaubt diese Theorie auf sehr einfache Weise die Bestimmung von (mittleren) Riss- und Matrixeigenschaften. Jung (1991) unternahm die Aufgabe, die Theorie von den stark normierten Ausdrücken zu befreien, um sie in Übereinstimmung mit SI Normen neu zu formulieren. Ausserdem erweiterte er sie dahingehend, dass eine Interpretation auch für unendlich ausgedehnte Risse aussagekräftig bleibt. Die Theorie wird mit seiner Formulierung in der Folge detaillierter beschrieben.

Unter der Voraussetzung, dass der Bohrloch-Speichereffekt ignoriert werden kann (s.Kapitel 2.4), ist das Fliessverhalten kurz nach Injektionsbeginn (das ist die erste Phase) nur von den hydraulischen Riss-Eigenschaften bestimmt. Die eintretende Flüssigkeitsmenge wird nur von dem Riss aufgenommen, was einen Druckanstieg zur Folge hat, der proportional zur Wurzel der Zeit ist. Für die lineare Anfangsfliessphase ergibt sich für den normierten Druck (normiert über den stationären Druck), folgende Beziehung:

$$P_B' = \frac{2}{l} \cdot \frac{K_f}{\pi \cdot S_f} \cdot t^{0.5} = m' \cdot t^{0.5} \qquad \text{(B.1)}$$

mit:
- P_B' normierte Druck an der Riss Basis
- l Riss-Länge
- K_f hydraulische Leitfähigkeit des Risses
- S_f spez. Speicherkoeffizientdes Risses

Der Vorteil dieser normierten Schreibweise liegt in einem von der Injektionsrate unabhängigen Ausdruck. Graphisch kann der Koeffizient *m'* als Steigung einer Geraden sichtbar gemacht werden, wenn der Bohrlochdruck über die Quadratwurzel der Zeit aufgetragen wird.

Während der zweiten Fliessphase, die von der ersten durch eine Übergangsperiode getrennt ist, findet die reine bilineare Strömung statt. Nach der Theorie kann jetzt ein Druckanstieg proportional zur vierten Wurzel der Zeit erwartet werden, wobei dieser jetzt sowohl durch Riss- wie auch durch Matrix-Eigenschaften bestimmt ist:

$$P_B' = \frac{0.78}{l} \cdot \frac{a_h \cdot K_f}{\sqrt{S_s \cdot K_s}} \cdot t^{0.25} \qquad (B.2)$$

$$= m \cdot t^{0.25}$$

mit: K_s hydraulische Leitfähigkeit der Matrix
S_s spezif. Speicherkoeffizient der Matrix

Wird der Druck über die vierte Wurzel der Zeit graphisch aufgetragen, so zeigt selbstverständlich die Steigung der Geraden den Wert für den Koeffizienten *m* an.

2.3 Verifikation der Bilinearen Theorie und *FRACTure*

Die komplizierte Theorie, die hinter diesen Betrachtungen steht, verlangt eine vorsichtige Übernahme dieser Ergebnisse. Durch die Definition eines adäquaten Vorwärtsproblems sollten auch einfache numerische Modelle die gleichen Resultate zeigen. Unseres Wissens nach ist einzig die Bilineare Theorie in der Lage, eine analytische Lösung zu dem Problem einer zweidimensionalen Rissströmung mit Permeationsverlusten in eine dreidimensionale Matrix anzubieten. Ein Vergleich bietet daher sowohl für die analytische Theorie wie auch für das *FRACTure* Merkmal der ineinanderliegenden 2D/3D Elemente eine gute Gelegenheit, sich gegenseitig zu überprüfen.

Abb.B-1 zeigt die Lage des betrachteten Modells. Ein *1 m* hoher und *200 m* langer Riss ist vertikal mit einem Bohrloch verbunden. Die umgebende Matrix besitzt Dimensionen von *200 m·200 m*. Die hydraulische Rissweite ist auf 150 µm festgesetzt. Der diskretisierte Untergrund wird in Abb.B-2 gezeigt. Wegen der zwei möglichen x-z und y-z Symmetrie-Ebenen, benötigt man nur ein Viertel des gesamten Gebietes für die Diskretisierung. Die vorgeschriebene Injektionsrandbedingung zwingt zu einer Gitterverfeinerung am Bohrloch mit einer minimalen Elementgrösse von *0.1 m*.

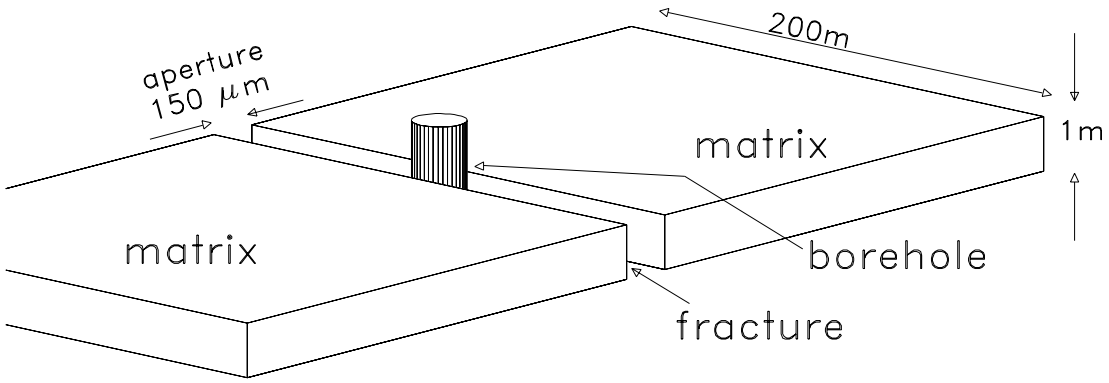


Fig.B-1 Darstellung der Geometrie von Riss und Matrix

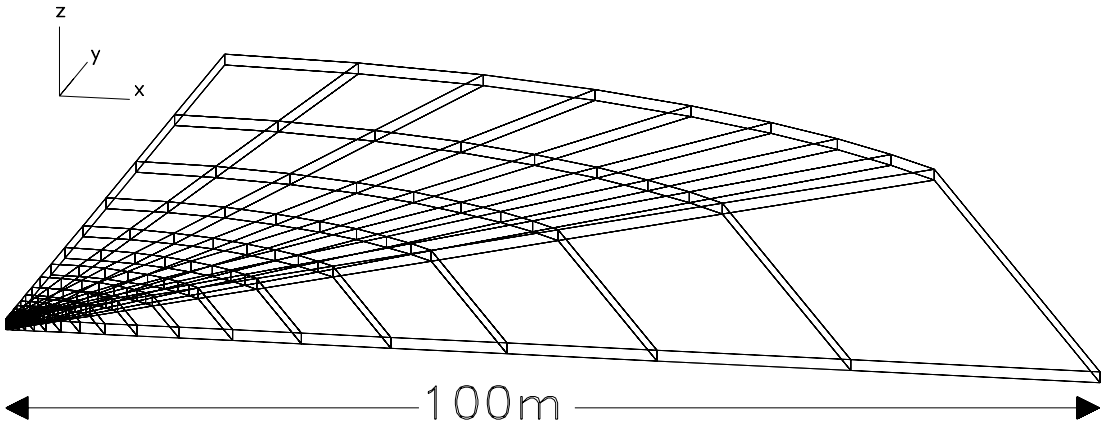


Fig.B-2 Perspektivische Ansicht der Diskretisierung die für die numerische Simulation aufgestellt wurde. Wegen der Symmetrie muss nur ein Viertel des ganzen Systems diskretisiert werden. Das Bohrloch liegt in dem sehr fein diskretisierten Gebiet unten links in der Abbildung. Der Riss befindet sich längs der linken Seite, parallel zur y-Achse.

Die in dem Modell angenommenen Material-Parameters sind in Tab.B.1 widergegeben. Um weiterhin die Notationen von Jung benutzen zu können, werden die Ergebnisse mit den Parametern *m* und *m'* diskutiert. Die gewählten Materialparameter ergeben Werte für *m'=0.0364* und *m=0.2*. Diese Ergebnisse wurden mit den aus der analytische Rechnung stammenden *m'/m*-Parameterpaaren *0.035/0.2* und *0.040/0.2* verglichen. Abb.B-3 zeigt das Ergebnis dieses Vergleichs. Die x-Achse der linken Seite der Abbildung besitzt eine Skalierung proportional zur Wurzel der Zeit, um die *m'*-Gerade aufzuzeigen, und auf der rechten Seite wurde die x-Achse in der vierten Wurzel der Zeit aufgetragen, um die *m*-Gerade sichtbar zu machen. Wie aus den analytischen Überlegungen geschlossen werden konnte, lassen sich mit diesen Materialparametern beide Phasen identifizieren. Abweichungen von den konstanten Steigungen zeigen den Beginn und das Ende der beiden signifikanten Phasen an: die lineare

Tabelle B.1
Materialparameter für die hydraulische Modellierung des Datensatzes 88DEC13

hydraulische Riss-Leitfähigkeit	$6.25 \cdot 10^{-6}$ [m^2/Pa s]
hydraulische Matrix-Leitfähigkeit	$5.00 \cdot 10^{-14}$ [m^2/Pa s]
Riss-Speicherkoeffizient	$6.00 \cdot 10^{-7}$ [Pa^{-1}]
Kompressibilität Granit	$3.00 \cdot 10^{-11}$ [Pa^{-1}]
Kompressibilität Wasser	$5.00 \cdot 10^{-10}$ [Pa^{-1}]
Porosität	0.01
ges. Matrix-Speicherkoeffizient	$3.47 \cdot 10^{-11}$ [Pa^{-1}]

Strömungsperiode hört bei etwa *10 s* auf, die bilineare Strömungsperiode beginnt bei etwa *30 s* und endet bei *50 s*. Ausserdem liegt die numerisch berechnete Kurve erwartungsgemäss in der Mitte zwischen den analytischen Kurven.

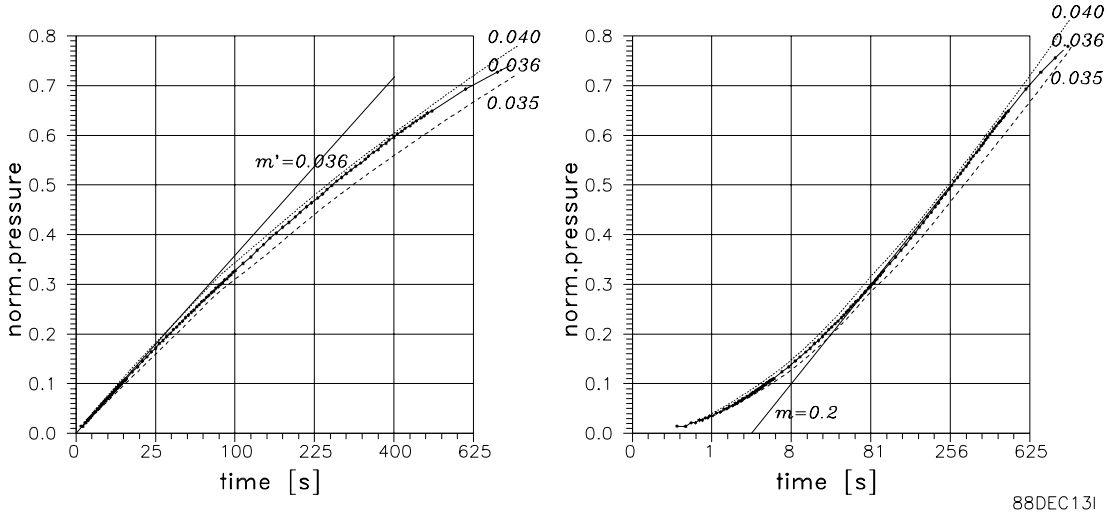


Abb.B-3 Vergleich unterschiedlicher Druckanstiegskurven am Injektionspunkt, die durch numerische und analytische Modelle stammen. Die numerisch berechnete Kurve wurde mit einem m'/m-Wertepaar von 0.036/0.2 (durchgezogene Linie) berechnet, hingegen wurden die beiden analytisch berechneten Kurven mit den Wertepaaren von 0.035/0.2 (gestrichelte Linie) und von 0.040/0.2 (gepunktete Linie) berechnet. Im linken Teilbild wird der normierte Druck über die Quadratwurzel der Zeit aufgetragen, um die erste Strömungsphase sichtbar zu machen, und im rechten Teilbild zeigt die Auftragung über die 4. Wurzel der Zeit die zweite bilineare Strömungsphase.

Die ausgezeichnete Übereinstimmung zwischen diesen beiden Berechnungen ist für beide Methoden ermutigend. Zuerst bedeutet es eine Bestätigung der korrekten Implementierung der *FRACTure*-Option, Elemente unterschiedlicher Dimension miteinander zu verknüpfen, aber es bestätigt gleichzeitig auch die Bilineare Strömungstheorie. Der Grund für die Abweichung von der numerischen Rechnung, die sich ab etwa *500 s* bemerkbar macht, ist die unterschiedliche Randbedingung am Rissende. Wie aus der Abb.B-3 ersichtlich ist, erreicht die Druckwelle zu diesem Zeitpunkt das Rissende. Diese Abbildung zeigt mehrere Schnappschüsse des anwachsenden Druckfeldes auf der z=0 Ebene. Man erkennt, wie der Druck sich zunächst längs des Risses aufbaut, wo nach etwa *10000 s* (ca. *3 h*) der stationäre Zustand erreicht wird. Dieser stationäre Zustand zeigt sich durch einen linearen Druckgradienten in dem *100 m* langen Riss. Hingegen wächst der Druck in Richtung der Matrix viel langsamer, wo zum selben Zeitpunkt gerade ein Druckanstieg in den ersten *20 m* der Matrix ersichtlich ist. In dieser Informationsfülle liegt auch der Vorteil einer numerischen Anpassung, denn die analytische Lösung ist nur für den Druck an einer Stelle (dem Injektionspunkt) gültig.

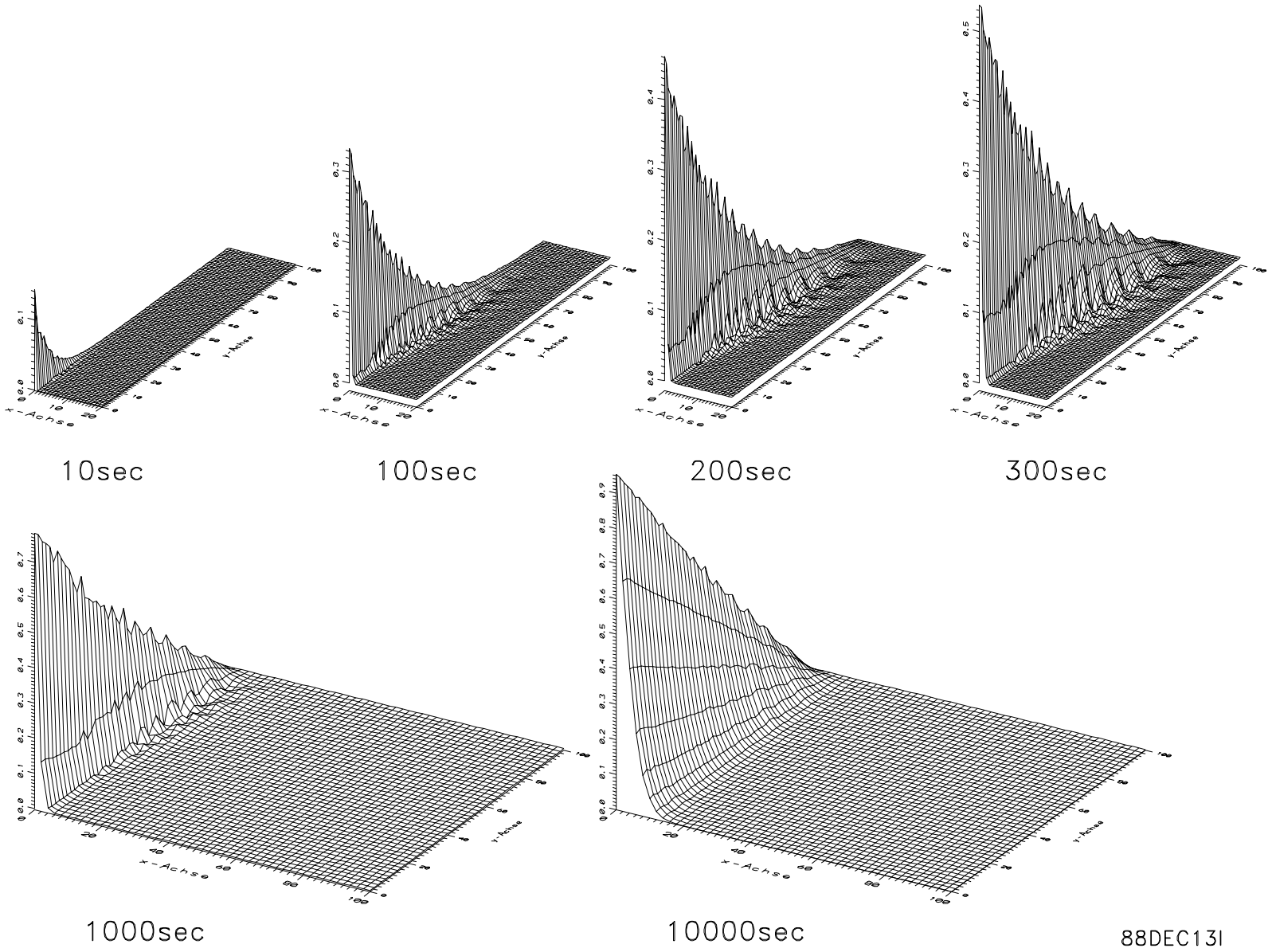


Abb.B-4 Zustände des Druckfeldes auf der z=0 Ebene zu unterschiedlichen Zeitpunkten während der ersten 10000 s der Injektion. Der schnelle Druckanstieg im Riss (linke Seite jedes Teilbildes) und das langsame Eindringen des Druckes in die Matrix sind ersichtlich. Die Zickzack-Muster auf einigen Kurven sind durch graphische Interpolationsfehler bedingt.

2.4 Vergleich zum Datensatz 88DEC13

Um die echten Felddaten simulieren zu können, ist es nötig, den Bohrloch-Speichereffekt in die Betrachtungen einzubeziehen. Dies lässt sich bewerkstelligen, indem man einen spezifischen Speicherkoeffizient für das hydraulische Nachgeben des Packer-Systems und des Wasservolumens definiert. Leider ist ein Wert dafür nicht leicht erhältlich, sodass er durch mehrere Testläufe auf $3 \cdot 10^{-8}\ [Pa^{-1}]$ geschätzt werden musste. Abb.B-4 zeigt das Ergebnis eines Vergleiches zwischen der gemessenen und der modellierten Druckanstiegskurve (auf einer linearen Skala der x-Achse). Wie bereits aus den analytischen Betrachtungen aus dem vorigen Kapitel geschlossen werden konnte, stimmen beide Kurven bis etwa *400 s* überein. Danach macht sich wegen des zu hohen simulierten Druckes eine offensichtlich zu gering eingeschätzte hydraulische Leitfähigkeit bemerkbar. Später (ab *1800 s*) wird in dem zu tief eingeschätzten Druck ein anderes Verhalten sichtbar, wahrscheinlich ist hier die Ausfluss-Randbedingung nicht korrekt angenommen worden. Die Kluftzone am Rissende besitzt wohl doch einen Speichereffekt, der eine hemmende Wirkung auf das dort eintretende Fluid besitzt.

Aus zwei Gründen wurden keine Anstrengungen unternommen, diese Simulation zu verfeinern. Die Grundidee war verwirklicht, den Datensatz mit einem einfachen Modell zu erklären, welches so wenig Materialparameter besitzt wie möglich. Diese Simulation gibt für die zwei unterschiedlichen Materialien (Riss und Matrix) ein optimales Ergebnis. Zweitens sind die Prozesse, die während einer hydraulischen Injektion auftreten, viel komplizierter als dieses einfache hydraulische Modell suggeriert. Ein logisches Problem in der Definition dieses Modells besteht alleine in der Tatsache, dass eine Rissweitenänderung im spezifischen Speicherkoeffizienten berücksichtigt wird (dieser Wert liegt weit über der Kompressibilität von Wasser), aber keine Auswirkungen auf die hydraulische Leitfähigkeit hat. Es erfordert eine viel grössere Anstrengung, das Strömungsverhalten eines Simulationstestes für ein voll gekoppeltes Systems zu modellieren.

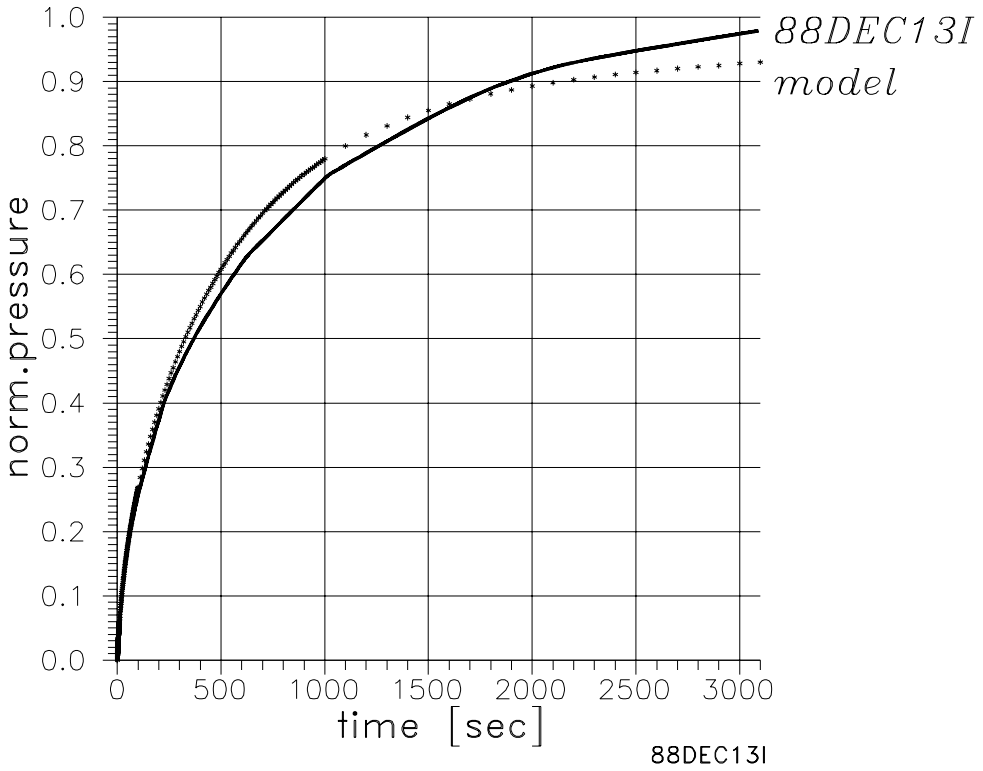


Abb.B-5 Vergleich der gemessenen Druckanstiegskurve aus dem Test 88DEC13 (durchgezogene Linie) mit einer numerisch berechneten Kurve, die eine Dirichlet Randbedingung am entfernten Rissende annimmt. Die Modellparameter entsprechen denen, die Jung (1991) in seinen Modell benutzt.